



دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده علوم ریاضی

نمونه سوالات درس محاسبات عددی

۱. (الف) مطلوب است محاسبه‌ی $f(x) = x\left(\sqrt[3]{1+\frac{1}{x}} - \sqrt[3]{1-\frac{1}{x}}\right)$ به ازای $x = ۱۲۳۴۵۶$ با دقت ۴ رقم اعشار.
(ب) اگر مقدار واقعی $f(۱۲۳۴۵۶)$ در قسمت قبل برابر با $۰٫۶۶۶۷$ باشد، به کمک عبارت جبری معادل، مقدار $f(۱۲۳۴۵۶)$ را با خطای کمتر محاسبه و دقت دو روش الف و ب را با محاسبه‌ی درصد خطای دو روش مقایسه کنید.

۲. اگر $۱٫۴$ را تقریبی برای $\sqrt{۲}$ در نظر بگیریم، برای محاسبه‌ی $(\sqrt{۲}-۱)^۶$ ، کدام یک از عبارات زیر مناسب‌تر هستند؟
۱) $\frac{۱}{(\sqrt{۲}+۱)^۶}$ ۲) $(۳-۲\sqrt{۲})^۳$ ۳) $\frac{۱}{(۳+۲\sqrt{۲})^۳}$ ۴) $۹۹-۷۰\sqrt{۲}$ ۵) $\frac{۱}{۹۹+۷۰\sqrt{۲}}$

۳. تابع چهار متغیره‌ی f با ضابطه‌ی $f(x, y, z, w) = x^۲y^۳z^۴w^۵ - ۱$ مفروض است.
(الف) اگر x با خطای ۱ درصد، y با خطای ۲ درصد، z با خطای ۳ درصد و w با خطای ۵ درصد محاسبه شده باشند، خطای نسبی محاسبه‌ی f را تقریب بزنید.
(ب) مقدار $f(۰٫۹, ۰٫۹۹, ۱٫۱, ۱٫۲)$ را با استفاده از مقدار $f(۱, ۱, ۱, ۱)$ بیابید.

۴. حداکثر خطای محاسبه‌ی $y = \frac{x_۱x_۲^۲}{\sqrt{x_۳}}$ را به ازای $x_۱ = ۲$ ، $x_۲ = ۳$ و $x_۳ = ۱$ در صورتی بیابید که $|\Delta x_۱| = ۰٫۱$ ، $|\Delta x_۲| = ۰٫۲$ و $|\Delta x_۳| = ۰٫۱$.

۵. تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{۱}{۱۰۰}x^۳ - \exp(-\frac{۱}{۴}x) + x$ مفروض است.
(الف) نشان دهید معادله‌ی $f(x) = ۰$ در $[۰, ۱]$ دقیقاً یک جواب دارد.
(ب) نشان دهید روش تکرار ساده برای تابع $g(x) = \frac{\exp(-\frac{۱}{۴}x)}{1 + \frac{۱}{۱۰۰}x^۲}$ در $[۰, ۱]$ به صفر تابع همگراست و با $x_۰ = ۰٫۵$ مقدار $x_۳$ را بیابید.
(ج) جواب معادله‌ی $f(x) = ۰$ را به روش نیوتن-رافسون و $x_۰ = ۰٫۵$ تا سه مرحله محاسبه کنید.
(د) جواب معادله‌ی $f(x) = ۰$ را به روش سکانت با $x_۰ = ۰٫۵$ و $x_۱ = ۰٫۶$ تا سه مرحله محاسبه کنید.
(تمامی محاسبات این سوال با دقت ۴ رقم اشار گرد شوند)

۶. برای توابع زیر یک سری تیلور بسازید و کران خطای برشی پس از n جمله را به دست آورید.

$$۱) \frac{1}{x} \int_0^x \exp(-t^2) dt \quad ۲) \log \frac{1+x}{1-x}, \quad -1 < x < 1$$

۷. در یک سیستم ممیز شناور که اعداد به صورت $3^e \times (0.a_1 \dots a_5)$ نمایش داده می‌شوند، فاصله‌ی عدد ۱ و کوچکترین عدد قابل نمایش بعد از یک چقدر است؟
