



۱. حدود زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1}{\tan x - 1} \text{ (ب)} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x^x \text{ (الف)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^x \text{ (د)} \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} (2^{\cot x})^x \text{ (ج)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{1}{x-1}\right)^{\ln x} \text{ (و)} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\ln x}{x}\right)^x \text{ (ه)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha \ln x \text{ (ح) } (\alpha \text{ یک عدد حقیقی}) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (x^{\frac{x}{x-1}} - x) \text{ (ز)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2^x - x - 1}{x^2} \text{ (ی)} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^\alpha}{x} \text{ (ط) } (\alpha \text{ یک عدد حقیقی})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\tan x} \text{ (ل)} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{3^x} \text{ (ک)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\tan \frac{1}{x}\right)^x \text{ (ن)} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\ln x} \text{ (م)}$$

$$(b > 0) \lim_{x \rightarrow \infty} x(b^{\frac{1}{x}} - 1) \text{ (ع)} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (e^x)^{e^{-x}} \text{ (س)}$$

$$(a, b > 0) \lim_{x \rightarrow \infty} (1 - a + ab^{\frac{1}{x}})^x \text{ (ص)} \quad (a, b > 0) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{b^{\frac{1}{x}} - 1}{a^{\frac{1}{x}} - 1} \text{ (ف)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\coth x}{\ln x} \text{ (ر)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cosh x)}{x} \text{ (ق)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \operatorname{sech} x \text{ (ت)} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x \ln(\tanh x) \text{ (ش)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \operatorname{sech}^{-1} x \text{ (خ)} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sinh^{-1} x}{x} \text{ (ث)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (2 \tanh^{-1} x + \ln(1-x)) \text{ (ض)} \quad \lim_{x \rightarrow 1} (\sinh^{-1} x - \ln x) \text{ (ذ)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \sinh^{-1} \left(\frac{1}{x}\right) \text{ (غ)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tanh^{-1} x}{x} \text{ (ظ)}$$

۲. مشتق توابع زیر را بدست آورید.

$$f(x) = \left(\frac{\sqrt{\sin x \cos x}}{1 + \sqrt{\ln x}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{ب})$$

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x(x-1)(x-2)}{(x^2+1)(2x+3)}} \quad (\text{الف})$$

$$f(x) = (x^x)^x, \quad x > 0 \quad (\text{د})$$

$$f(x) = (\ln x)^{\ln x}, \quad x > 1 \quad (\text{ج})$$

$$f(x) = x^{e^x}, \quad x > 0 \quad (\text{و})$$

$$f(x) = x^{\ln x}, \quad x > 0 \quad (\text{ه})$$

$$f(x) = (x)^{x^{e^x}}, \quad x > 0 \quad (\text{ح})$$

$$f(x) = x^{(x^x)}, \quad x > 0 \quad (\text{ز})$$

$$f(x) = (\sin x)^{\sin(x^{\sin x})}, \quad \sin x, x > 0 \quad (\text{ی})$$

$$f(x) = e^{e^{e^x}} \quad (\text{ط})$$

$$f(x) = \ln(3 + e^x)e^{x^x} + (\sinh^{-1} x)^{\ln 3} \quad (\text{ل})$$

$$f(x) = \left(\sin^{-1} \left(\frac{x}{\sin x} \right) \right)^{\ln(\sin e^x)} \quad (\text{ک})$$

$$f(x) = (\cosh^{-1} x)^2 - (\sinh^{-1} x)^2 \quad (\text{ن})$$

$$f(x) = \tan \left(\tanh^{-1} x \right) \quad (\text{م})$$

۳. مقدار ماکزیمم توابع زیر را بدست آورید.

$$f(x) = x^{\frac{1}{x}}, \quad x > 0 \quad (\text{ب})$$

$$f(x) = x^{\frac{1}{x}}, \quad x > 0 \quad (\text{الف})$$

$$f(x) = x^{\frac{1}{x^n}}, \quad x > 0 \quad (\text{ج}) \quad (\text{که در آن } n \text{ یک عدد طبیعی است.})$$

۴. اتحادهای زیر را اثبات کنید.

$$\sinh\left(\frac{x}{2}\right) = \begin{cases} \sqrt{\frac{\cosh x - 1}{2}} & x \geq 0 \\ -\sqrt{\frac{\cosh x - 1}{2}} & x < 0 \end{cases} \quad (\text{ب})$$

$$\cosh\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{\frac{\cosh x + 1}{2}} \quad (\text{الف})$$

$$\cosh(\ln x) + \sinh(\ln x) = x \quad (\text{ج})$$

$$(\cosh x \pm \sinh x)^n = \cosh nx \pm \sinh nx \quad (\text{د}) \quad \text{برای هر عدد طبیعی } n.$$