

به نام خالق یکتا

دانشکده علوم ریاضی - دانشگاه صنعتی اصفهان

نمونه سوالات پایان‌ترم درس محاسبات عددی

۱. برای آنکه منحنی $y = (ax + b)$ ، داده‌های جدول $\frac{x_i}{y_i}$ را به روش کمترین مربعات برازش کند، مقادیر a, b کدامند؟

x_i	۰	۰/۵	۱
y_i	۱	۰/۲۵	۰/۱۶

۲. تجزیه LU ماتریس $\begin{bmatrix} ۲ & -۴ & ۱ \\ ۱ & ۱ & ۴ \\ ۳ & ۱ & -۳ \end{bmatrix}$ را به دست آورید.

۳. چندجمله‌ای درونیاب تابع $f(x) = x^3 + x^2 - x - 1$ در نقاط $-1, 0, 1$ و 2 کدام است؟

۴. با استفاده از روش رانگ- کوتای دو مرحله‌ای مقدار تقریبی $y(0.2)$ در مسئله $y' = x + \sqrt{y}$, $y(0) = 1$ به ازای $h = 0.2$ را به دست آورید.

۵. تعداد تقسیمات برای آنکه انتگرال $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x dx$ ، از روش سیمسون با حداکثر خطای 0.00005 محاسبه شود، کدام است؟

۶. در تقریب مشتق مرتبه دوم به کمک فرمول $f''(x_i) \approx \frac{f_{i-1} - 2f_i + f_{i+1}}{h^2}$ ، جمله‌ی خطا را به دست آورید.

۷. قاعده‌ی انتگرال‌گیری $\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} f(x) dx \approx \sqrt{3}f(1) + \sqrt{3}f(-1)$ برای چندجمله‌ای‌های تا درجه‌ی چند دقیق است؟

۸. مقدار تقریبی $\int_{-1}^1 (x^5 + x - 1) dx$ با استفاده از قاعده‌ی انتگرال‌گیری گاوس سه نقطه‌ای کدام است؟

۹. برای آنکه فرمول $\int_{-1}^1 f(x) dx \approx w_1 f(1) + w_2 f(0) + w_3 f(-1)$ بیشترین درجه دقت را داشته باشد، ضرایب w_1, w_2 و w_3 کدام است؟

۱۰. چندجمله‌ای درونیاب نظیر داده‌های جدول $\frac{x}{y}$ را به دست آورید.

x	۱	۲	-۱	۰	۳
y	۳	۸	-۱	۰	۱۵

۱۱. مرتبه‌ی خطای فرمول مشتق‌گیری $f'(x_0) = \frac{3f(x_0) - 4f(x_0 - h) + f(x_0 - 2h)}{2h}$ را به دست آورید.

۱۲. فرض کنید $p(x) = x^2 + x + 1$ چندجمله‌ای درونیاب نظیر نقاط $(0, 1)$ ، $(1, 3)$ و $(-1, 1)$ باشد. با اضافه شدن نقطه‌ی $(x_0, f(x_0))$ ، درونیاب جدید را به دست آورید، اگر بدانیم $f[-1, 1, 0, x_0] = 2$

۱۳. مقدار تقریبی انتگرال $\int_1^2 \frac{dx}{x}$ با روش دوزنقه به ازای $h = 0.25$ را به دست آورید.

۱۴. با استفاده از روش اویلر مقدار تقریبی $y(0.5)$ در مسئله $y' = \sin x + \sin y$, $y(0) = 1$ به ازای $h = 0.25$ را به دست آورید.

۱۵. رابطه‌ی بازگشتی روش رانگ- کوتای چهار مرحله‌ای در حل مسئله $y' = y$, $y(0) = 1$ را به دست آورید.

۱۶. الف) برای نقاط جدول زیر چندجمله‌ای درونیاب را به روش مناسب بیابید.

x	-1	0	1	3
$f(x)$	-1	1	-1	0

ب) اگر بدانیم برای هر $x \in [-1, 3]$ داریم $|f^{(4)}(x)| \leq 1$ خطای درونیابی در $x = 2$ حداکثر چقدر است؟
 ج) آیا با اضافه کردن نقطه $(\frac{23}{4}, 4)$ درجه چندجمله‌ای درونیاب بیشتر می‌شود؟ چرا؟

۱۷. یک تابع به شکل $y = ax + b$ به داده های جدول زیر برازش دهید.

x_i	-2	-1	1	2
y_i	4	1	-1	4

۱۸. الف) برای آنکه مقدار تقریبی $\int_{-1}^1 x^5 dx$ با روش سیمپسون با دقت 10^{-4} بدست آید، به محاسبه تابع در حداقل چند نقطه نیاز است؟

ب) مقدار تقریبی $\int_{-1}^1 x^5 dx$ ، با استفاده از روش گاوس سه نقطه‌ای، چیست؟

۱۹. در مساله معادله دیفرانسیل با شرط اولیه $\begin{cases} y' = y^2 + x \\ y(1) = 0 \end{cases}$ مقدار $y(1.01)$ را

الف) با استفاده از روش رانگه - کوتای دو مرحله‌ای با $h = 0.01$ به دست آورید.

ب) با استفاده از روش تیلور مرتبه ۲ با $h = 0.01$ به دست آورید.

۲۰. دستگاه معادلات خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} 6ax_1 + 3ax_2 + 2ax_3 = 1 \\ x_1 - 3ax_2 + 4x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 - 2ax_3 = 3 \end{cases}$$

الف) به ازای چه مقادیری از a در روش حذفی گاوس با محورگیری جزئی نیازی به جابجایی سطر نیست؟

ب) به ازای $a = 1$ دستگاه فوق را با استفاده از روش حذفی گاوس حل کنید.

ج) به ازای $a = 2$ دو تکرار از روش ژاکوبی را برای دستگاه فوق انجام دهید.