



سری پنجم تمرینات ریاضی یک عمومی

۱. فرض کنید $0 = 1 - \sin(x) + y \sin(x) + x \sin(y)$ حاصل $\frac{dy}{dx}$ را محاسبه کنید.
۲. فرض کنید $1 = x^2 + y^2$ ، حاصل $\frac{d^2y}{dx^2}$ را محاسبه کنید.
۳. معادله خط مماس بر منحنی $0 = 1 - 3y + x - xy - x^2 + y^2 - x^3$ از نقطه $(0, 1)$ را به دست آورید.
۴. نشان دهید مجموع طول از مبدا و عرض از مبدا هر خط مماس با منحنی $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{k}$ برابر با مقدار ثابت k است.
۵. نقاط بحرانی تابع f با ضابطه $f(x) = x^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{6}}$ را به دست آورید.
۶. کوتاهترین فاصله نقطه $(4, 3)$ از منحنی $0 = 1 - x^2 + y^2$ را محاسبه کنید.
۷. میخواهیم از یک تکه مقوا با ابعاد a, b ، $a \leq b$ ، با بریدن چهار مربع مساوی از چهار گوشه هر یک و بالا زدن جوانب آن، یک جعبه سرباز بسازیم. طول ضلع مربع های بریده شده چه مقدار باشد که جعبه بیشترین حجم ممکن را داشته باشد.
۸. تعداد ریشه های حقیقی معادله $1 - x + x^8$ را به دست آورید.
۹. با استفاده از قضیه مقدار میانگین ثابت کنید: اگر $x > 0$ ، آنگاه $\frac{x^2}{6} > \sin(x) - x$.
۱۰. فرض کنید f تابعی پیوسته بر بازه بسته $[a, b]$ باشد و برای هر x در بازه باز (a, b) داشته باشیم $f'(x) = 1$. نشان دهید که برای هر x از $[a, b]$ داریم $f(x) = x - a + f(a)$.
۱۱. مقادیر a, b را چنان بیابید که تابع f با ضابطه $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ در نقطه $(3, 2)$ یک اکسترمم نسبی داشته باشد.
۱۲. مقادیر a, b, c, d را چنان بیابید که تابع f با ضابطه $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ در نقاط $(3, 2)$ و $(2, 1)$ اکسترمم نسبی داشته باشد.
۱۳. مقادیر a, b, c, d را چنان بیابید که تابع f با ضابطه $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ در نقاط $(3, 0)$ اکسترمم نسبی و در نقطه $(-1, 1)$ عطف داشته باشد.
۱۴. نقاط عطف تابع $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$ را محاسبه کنید.
۱۵. برای توابع زیر، دامنه تعریف، مجانبها، مشتق اول و دوم تابع، نقاط اکسترمم و عطف را محاسبه کرده، صعودی و نزولی بودن تابع را مشخص کنید. سپس تابع را رسم نمایید.

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + 16x \quad (\text{الف})$$

$$f(x) = \frac{x^2|x|}{x} \quad (\text{ب})$$

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1} \quad (\text{ج})$$

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2-1} \quad (\text{د})$$

$$f(x) = 4\sqrt{x} + x\sqrt{x} \quad (\text{ه})$$