



گفتگویی در باب کتاب دفاعیه یک ریاضیدان

اثر گادفری هرولد هاردی

بند ۱

شرح و تفسیر، نقد و تقریظ کار ذهن‌های درجه دوم است

- وظیفه یک ریاضیدان آن است که قضایای جدیدی اثبات کند، چیزی به ریاضیات بیفزاید، نه اینکه درباره آنچه خودش یا ریاضیدانان دیگر کرده‌اند داد سخن بدهد.
- بحث هاردی و هاوزمن در مورد نقد ادبی

بند ۲

می‌خواهم به توجیه ریاضیات پردازم

- ریاضیات در نظر عامه:

از نظر عموم، امروز تنها معدودی رشته هستند که به دلایل موجه یا ناموجه ستایش انگیزتر از ریاضیاتند. در واقع، از زمان فتوحات آلبرت آاینشتین، اختر شناسی و فیزیک اتمی احتمالاً تنها علوم هستند که در نظر عامه مقامی بالاتر از ریاضیات دارند.

هیچ یک از عامه آنقدر احمق نیست که در مورد کاربردهای عملی ریاضیات مانند پلها، ماشینهای بخار، دیناموها و ... شکی داشته باشد. اینها برای یک ریاضیدان بسیار دلگرم کننده است، اما به ندرت یک ریاضیدان واقعی با این چیزها قانع می‌شود.

اشتهار ریاضیات در نظر عامه عمدتاً بر ناآگاهی و اشتباه استوار است

- ریاضیات در نظر خواص:

پرسش اول: آیا واقعا ارزش دارد به مطالعه جدی ریاضی پردازیم؟

پرسش دوم: توجیه صحیح برای زندگی یک ریاضیدان چیست؟

بند ۳

دو پرسش اساسی

- برای توجیح فعالیت‌های روزانه خود باید بین دو پرسش اساسی زیر تمایز قائل شویم:
 - (۱) آیا کاری که انجام میدهم به زحمتش می‌ارزد؟
 - (۲) صرف نظر از هر ارزشی که آن کار ممکن است داشته باشد، چرا باید آن را انجام دهیم؟
- پاسخ به پرسش اول بسیار سخت و اغلب دلسرد کننده است.
- پاسخ به پرسش دوم بسیار ساده‌تر است.

پاسخ به پرسش دوم از نظر عامه:

به این دلیل این کار را انجام میدهم که میتوانم آن را خوب انجام دهم، و اصلا تنها کاری است که میتوانم خوب انجام دهم. حقوقدان هستم چون زبان چرب و نرمی دارم و به ظرایف و دقایق حقوقی علاقه‌مند هستم. کریکت باز حرفه‌ای هستم چوت میتوانم خیلی خوب توپ بزنم.

چنین توجیھی اگر بر اساس واقعیت باشد جای چون و چرا ندارد

استعداد و قریحه

- دیدار هاردی با دکتر جانسن (فرهنگ نویس مشهور انگلیسی) در مورد استعداد و قریحه.
- من و دکتر جانسن خود را هم نظر با عامه‌ی مردم می‌بینیم.

بند ۳

یک نتیجه اساسی

قریحه و استعداد ریاضی یکی از تخصصی ترین استعدادهاست و برای شخصی با چنین ویژگی عاقلانه نبوده که از فرصت‌های مناسب برای استفاده و پرورش قریحه ریاضی خود صرف نظر کند تا کاری معمولی در زمینه‌های دیگر انجام دهد. این‌گونه فدا کردن استعداد را فقط با ضرورت اقتصادی یا سن و سال می‌توان توجیه کرد.

- تجربه دوران دبیرستان (متوسطه دوم) سخنران
- تجربه برخی از دانشجویان

بند ۴

سن و سال

- هیچ ریاضیدانی نباید از یاد ببرد که ریاضیات، بیش از هر علم یا هنر دیگر، کار جوانهاست.
- نیوتن در ۵۰ سالگی از ریاضیات دست کشید (البته شور و اشتیاق خود را به ریاضیات مدت‌ها قبل از این از دست داده بود). نیوتن تا چهل سالگی اکتشافات بزرگی داشت، اما پس از آن به کشفیات زیادی نائل نشد، و بیشتر به اصلاح کارهای قبلی خود پرداخت (نیوتن در سال ۱۶۶۶ در اوج کشفیات خود بود).
- گالوا در بیست و یک سالگی فوت کرد. آبل در بیست و هفت سالگی، رامانوجان در سی و دو سالگی و ریمنان در چهل سالگی.
- **من هیچ دستاورد ریاضی مهمی را سراغ ندارم که ایده‌ی آن پس از پنجاه سالگی به ذهن ریاضیدان خطور کرده باشد**
- اگر کسی در سن پیری علاقه خود را به ریاضیات از دست بدهد و آن را رها کند، احتمال نمی‌رود که زیان قابل توجهی عاید ریاضیات یا خود شخص شود.
- البته سود حاصل از رها کردن ریاضیات در سنین بالا بعید است که زیاد باشد:
- نیوتن مدیر لایق یک ضرابخانه شد.
- پنلووه نخست وزیر چندان موفق‌تری برای فرانسه نبود.
- دوره‌ی فعالیت سیاسی لاپلاس باعث بد نامی زیادی برای او شد.
- مشکل است که ریاضیدان تراز اولی پیدا کرد که ریاضی را رها و در زمینه دیگری موفقیت ممتازی یافته باشد
- استعداد ریاضی یکی از تخصصی‌ترین استعدادهاست و ریاضیدانان عموماً شهرت زیادی به داشتن استعداد عمومی و فراگیر ندارند

بند ۵

صورت نازلتری از پاسخ به پرسش دوم

هیچ کاری نیست که بتوانم آن را خیلی خوب انجام دهم. به این حرفه اشتغال دارم، چون در مسیر زندگی‌ام قرار گرفته است، هیچ وقت واقعا شانس پرداختن به کار دیگری را نداشته‌ام

- کاملا درست است که بیشتر مردم هیچ کاری را نمی‌توانند خیلی خوب انجام دهند، چون چنین است، اینکه چه شغلی را انتخاب کنند چندان اهمیتی ندارد، و این توجیه برای من نیز بسیار قاطع و قانع کننده است.
- کسی که اندک غروری دارد بعید است که چنین جوابی بدهد (نظر سخنران: اما متاسفانه این صورت بندی از توجیه و شکل‌های معادل با آن را زیاد می‌شنویم و می‌بینیم).
- نظر سخنران: احتمالا اشخاص زیادی باشند که ریاضیات در مسیر زندگی آنها قرار گرفته باشد (منظورم آن است که آنها، در ابتدای قصه، خود را در معرض ریاضیات قرار نداده‌اند) اما قادر به برقراری پیوندهایی غیر ابزاری میان خود و ریاضیات بوده‌اند. چنین پیوندی، آنان را در حوزه ریاضیات نگه می‌دارد، حتی اگر قادر به انجام کارهای خیلی خوب یا خوب نباشند (وجود چنین اشخاصی بسیار ارزشمند است، زیرا آنها به سادگی کاری را انجام می‌دهند که فکر میکنند درست است، و تنها همین است!). در غیر این صورت، دیر یا زود، ریاضیات به آنها یادآور خواهد شد که جایگاه مناسبی برای نگهداری از ذهن‌های آشفته و ابزار طلب نیست. بسط من از پاسخ هاردی طبیعی و قابل قبول به نظر میرسد، اما چرا هاردی خود در این بند به آن نپرداخت؟ شاید پاسخ آن باشد که در این بحث، اندکی به جنبه‌هایی از پرسش اول پرداخته شد که او سعی داشته تا حد امکان از ورود به آن امتناع کند.

زمان آن است که به پرسش اول فکر کنیم

- آیا پرداختن به ریاضیات، همان ریاضیاتی که مورد نظر من و ریاضیدانان دیگر است، کاری است که ارزش انجام دادن دارد؟ و اگر دارد چرا؟
 - صفحات اول یک سخنرانی از هاردی در سال ۱۹۲۰، دانشگاه آکسفورد:
 - آیا ریاضیات بی فایده است؟ از لحاظی واضح است که چنین نیست، مثلا ریاضیات به عده زیادی از مردم لذت سرشاری می‌بخشد. اما من مفهوم محدودتری از فایده را در نظر دارم. آیا ریاضیات مانند علمی از قبیل شیمی و فیزیولوژی مستقیما سودمند واقع می‌شود؟ این سوال روی هم رفته آسان نیست و محل بحث و مناقشه است و من در نهایت به آن پاسخ **منفی** خواهم داد، اگرچه برخی از ریاضیدانان و اشخاصی که بیرون گود نشسته‌اند به آن پاسخ مثبت خواهند داد.
 - آیا ریاضیات بی ضرر است؟ باز هم پاسخ واضح نیست، و من به دلایلی ترجیح میدادم از جوابگویی به این پرسش خودداری کنم، زیرا به مساله کلی تاثیر علم در جنگ کشانده می‌شود.
 - دنیا بزرگ است، و اگر کار ما وقت تلف کردن باشد، اتلاف عمر عده معدودی استاد دانشگاه فاجعه عظیمی برای دنیا نیست. در اینجا موضع من کاملا فروتانانه به نظر می‌رسد، که این را رد میکنم. میخواهم بگویم، بعید است کار ما دانشگاهیان، که بیشترین تلاش را می‌کنیم تا استعداد های کوچک خود را کاملا پرورش دهیم، خطا باشد.
 - کاری که ما انجام می‌دهیم، ممکن است کوچک باشد، اما حاصل آن ماندگار است و تولید هر چیز که کوچکترین ارزش ماندگار داشته باشد کاری است فراتر از توان و قدرت اکثریت مردم.
- در این دوران، که رشته‌های مطالعاتی قدیم و جدید در تعارض قرار گرفته‌اند، مسلما می‌توان از رشته‌ای سخن گفت که با فیثاغورس شروع نشده و به اینشتین ختم نمی‌شود، بلکه جوانترین و پیرترین رشته‌هاست

بند ۷

بلند پرواز باشیم

- اولین وظیفه هر فرد، بخصوص فرد جوان، این است که بلند پرواز باشد.
- بلند پروازی احساسی پر شور و متعالی است که ممکن است شکل‌های متعددی داشته باشد، اما متعالی‌ترین و شرافتمندانه‌ترین نوع بلند پروازی آن است که باعث شود شخص چیزی از خود به جا گذارد که ارزشی ماندگار داشته باشد.
- آیا لیستر و پاستور بلند پرواز نبوده‌اند؟ و چه کسی در دوران‌های اخیر بیش از آنها به آسایش نوع بشر کمک کرده است؟
- انگیزه‌های قابل احترام زیادی هستند که ممکن است فرد را به کار تحقیق بکشاند، اما سه تا از آنها مهمتر از بقیه هستند:
- i. کنجکاوی روشنفکرانه: یعنی اشتیاق به دانستن حقیقت. بدون آن، مابقی انگیزه‌ها بی اثر هستند.
- ii. علاقه به شأن حرفه‌ای: یعنی آنکه شخص از عملکرد خود راضی باشد و در پیشگاه استعداد‌های خود احساس شرمساری نکند.
- iii. بلند پروازی و علاقه به شهرت، موقعیت و حتی قدرت و پول (به اخلاقی‌ترین مفهوم ممکن (اضافه شده توسط سخنران)).

بند ۸

جایگاه بی بدیل ریاضیات

- اگر **کنجکاوی روشنفکرانه، علاقه به شان حرفه‌ای و بلند پروازی** مهمترین انگیزه‌های کار تحقیق باشند، شانس هیچ کسی برای ارضای این انگیزه‌ها **بیشتر از ریاضدان نیست**.
 - رشته او بیش از هر رشته دیگری سرشار از غرایب و شگفتیهاست؛ در هیچ رشته‌ای، حقیقت چنین نقش‌های عجیبی ایفا نمی‌کند.
 - رشته او جذاب‌ترین و پیچیده‌ترین تکنیک‌ها را دارد و **فرصت‌های بی‌ماندی** برای نشان دادن مهارت حرفه‌ای محض در اختیار او قرار می‌دهد (نظر سخنران: این فرصت‌ها نیز وابسته به رفتار طبیعت نیستند).
 - چنانکه تاریخ بارها نشان داده است، دستاورد ریاضی، ارزش ذاتیش هر چه باشد، با دوامترین دستاوردهاست.
 - از تمدن بابلی چیزی جز یک نام باقی نمانده، اما ریاضیات بابلی هنوز هم جالب توجه است و مقیاس شصت شصتی آن هنوز در اخترشناسی به کار می‌رود.
 - در واقع این ریاضیات یونانی است که به ما ثابت کرد دستاوردها در ریاضیات تا چه اندازه ماندگار هستند، حتی ماندگارتر از ادبیات یونانی:
- زمانی که آشیل (درام نویس یونانی) فراموش شود، ارشمیدس در یادها باقی خواهد ماند
- ممکن است **فناناپذیری** واژه‌ی احمقانه‌ای به نظر برسد، ولی هر معنایی که این واژه داشته باشد، احتمالاً ریاضیدان بیشترین شانس را دارد که از آن برخوردار باشد.

بند ۹

یک سرزنش

- گاهی از حقوقدانان، سیاستمداران یا اهل کسب و تجارت شنیده می‌شود که می‌گویند شغل دانشگاهی بیشتر مورد علاقهٔ افراد محتاطی است که بلند پرواز نیستند و بیشتر به راحتی و تأمین خود فکر می‌کنند. **این سرزنش کاملاً بی‌جاست.**
- استاد دانشگاه از بعضی چیزها، بخصوص از شانس کسب درآمد زیاد چشمپوشی میکند.
- یک استاد دانشگاه به زحمت می‌تواند سالی ۲۰۰۰ پوند درآمد بدست آورد (سال ۱۹۳۰).
- نقل برتراند راسل از رؤیای خود به هاردی.

بند ۱۰

خرافه فاضلانه

- ریاضیدان مانند نقاش یا شاعر نقش پرداز است، اما نقش‌های او ماندگارترند، چون از ایده ساخته می‌شوند (و تنها از ایده ساخته می‌شوند (سخنران)).
- تابلو نقاشی ممکن است ایده‌ای را مجسم کند، ولی این ایده معمولاً پیش پا افتاده و کم اهمیت است.
- در شعر ایده‌ها بیشتر به حساب می‌آیند، ولی همچنانکه هاوسمن با تأکید می‌گفت، در اهمیت ایده در شعر مبالغه می‌شود:

شعر آن چیزی نیست که گفته می‌شود، بلکه شیوه‌ای است برای گفتن آن چیز

نظر سخنران: نمی‌توان باور داشت که مضامین شعر غنی‌تر از مضامین و ایده‌های دانشمندان و اهل فلسفه در حوزه‌های مرتبط است.

گلیم بخت کسی را که بافتند سیاه

به آب زمزم و کوثر سفید نتوان کرد

آیا این شعر زیبا نسیت؟ درعین حال، ایده‌هایش نازل و دروغین نیستند؟ ظاهراً نقش ایده تاثیر چندانی بر زیبایی نقش لفظی ندارد.

اما ریاضیدان ابزار کاری در دست ندارد مگر ایده

بند ۱۰

خرافه فاضلانه

- حال به یک سوء تفاهم رایج در ریاضیات می پردازیم که پروفیسور وایتهد آن را خرافه فاضلانه نامید:

عشق به ریاضیات و درک زیبایی آن نوعی جنون است، منحصر به معدودی افراد غیر عادی در هر نسل

پروفیسور هاگبن در یک سخنرانی به صورت نازلتری از آن اشاره می کند:

مسلمانان افرادی هستند که ریاضیات برای آنها جاذبه بی روح و سردی دارد... جاذبه زیبایی شناختی ریاضیات ممکن است برای عده معدودی بسیار واقعی باشد. ...

واقعیت آن است که تنها معدودی از رشته ها عامه پسندتر از ریاضی هستند. بیشتر مردم همان طور که از یک آهنگ دلپذیر لذت می برند، زیبایی ریاضی را نیز درک می کنند. اگر ظواهر امر بر خلاف این حکم می کند، دلیل ساده ای دارد. موسیقی می تواند مستقیماً احساسات جمع را برانگیزد، اما ریاضی نه. (سخنران: لحظه ای را تصور کنید که ...)

- وام گرفتن هاردی از بازی شطرنج به عنوان یک سطح نازل از ریاضیات محض.

بند ۱۱

ریاضیات پر مضمون

(ریاضیات جدی)

- مسأله شطرنج نمونه‌ای از ریاضیات اصیل است، اما ریاضیاتی که از جهتی نازل و پیش پا افتاده است.
- حرکات بازی هر قدر استادانه و پیچیده و هر اندازه اصیل شگفت آور باشند، باز هم این مسأله کمبودی اساسی دارد.
- مسائل شطرنج **بی اهمیت** هستند.
- مثال‌هایی بیشتر از مسائل بی اهمیت:
 - ۸۷۱۲ و ۹۸۰۱ تنها اعداد چهار رقمی هستند که مضرب صحیح معکوس خود می‌باشند (منظور از معکوس، برعکس بودن ترتیب ارقام است).
 - فقط چهار عدد بزرگتر از یک برابر مجموع مکعبات ارقام خود هستند:
۱۵۳، ۳۷۰، ۳۷۱، ۴۰۷.
- اینها حقایق عجیبی هستند مناسب برای ستون معما در مجلات و روزنامه‌ها و احتمالا آماتورها را سرگرم می‌کند، ولی در آن هیچ نکته‌ای که چندان جاذبه‌ای برای ریاضیدان داشته باشد دیده نمی‌شود. اثبات‌ها نه مشکلند و نه جالب، فقط مقداری طولانی و خسته کننده‌اند.
- به طور کلی، می‌توان گفت یک ایده ریاضی زمانی پر مضمون است که بتواند به طور طبیعی و روشن‌گر با دسته بزرگی از ایده‌های دیگر در ارتباط قرار گیرد.
- پس یک قضیه جدی ریاضی، قضیه‌ای که ایده‌های پرمضمون را به هم مربوط می‌سازد، ممکن است که سبب پیشرفت‌های زیادی در خود ریاضی و حتی سایر علوم گردد.

بندهای ۱۲ و ۱۳

مثالهایی از قضایای تراز اول

- برهان اقلیدس برای وجود بی‌نهایت عدد اول
- اثبات فیثاغورس از گنگ بودن $\sqrt{2}$

یک نکته در باب زیبا شناختی ریاضیات: هر دو اثبات به روش برهان خلف است، یکی از بهترین سلاح‌های ریاضیدانان. این نوع گامی خیلی جالب‌تر و زیباتر از گامی در بازی شطرنج است: شطرنج‌باز ممکن است یک مهره را قربانی کند تا یک برتری نسبی بدست آورد، اما ریاضیدان کل بازی را قربانی می‌کند.

بند ۱۴

ویژگی‌های قضایای اقلیدس و فیثاغورس

- قضایای فیثاغورس و اقلیدس، حتی خارج از قلمرو ریاضیات، تاثیر عمیقی بر تفکر بشر داشته‌اند.
- قضیه اقلیدس برای **کل ساختار حساب** اهمیت حیاتی دارد. اعداد اول مواد خامی هستند که با استفاده از آنها علم حساب را می‌سازیم و قضیه اقلیدس به ما اطمینان می‌دهد که برای این کار مواد فراوانی در اختیار داریم.
- با این ذخیره سرشار می‌توان حساب منسجمی از اعداد صحیح ساخت، اما هرگاه چنین حسابی بسازیم، همان‌طور که فیثاغورس نشان داد، برای نیازهای ما کفایت نخواهند کرد زیرا با کمیت‌های بسیاری سروکار پیدا می‌کنیم که نمی‌توانیم آنها را اندازه‌گیری کنیم.
- استدلال فیثاغورس قابلیت تعمیم زیادی دارد، و با تغییر مختصری می‌توان این استدلال را برای رده‌های بسیار گسترده‌ای از اعداد گنگ به کار برد.
- در نظر بسیاری از ریاضیدانان جدید، قضیه فیثاغورس، بهترین دستاورد ریاضیات یونانی است. روح این قضیه به قدری امروزی است که شگفت آور می‌نماید و می‌توان آن را سرآغاز نظریه مدرن اعداد گنگ دانست که آنالیز ریاضی را دگرگون ساخته و تاثیر زیادی بر فلسفه مدرن داشته است.

هیچ شکی در جدی بودن این دو قضیه وجود ندارد

شایان ذکر است که هیچ کدام از این دو قضیه کوچکترین فایده عملی ندارند

بندهای ۱۷-۱۵

کیفیات قضایای جدی

• به نظر می‌رسد وجود دو کیفیت ضروری است تا ایده‌ای پر مضمون و جدی در نظر گرفته شود:

کلیت و عمق

• کلیت

▶ دقت در تعمیم

• عمق

□ دقت در خصوص ادعاهای از اساس باطل

بحث پایانی

تصوری از تکنولوژی بدون اعداد گنگ