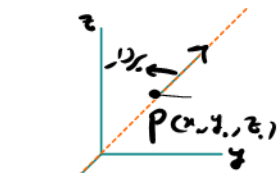


معادله خط در $\mathbb{R}^3$

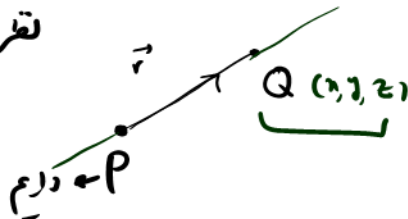


برای راستی معادله یک خط به دو چیز نیاز داریم:

- ① یک نقطه در خط
 - ② جهت خط (بردار هادی)
- از نقطه $P = (x, y, z)$ که در خط قرار دارد
جهت بردار $\vec{r} = (a, b, c)$ است.

پیدا کردن معادله خط یعنی: یافتن یک نقطه که در خط قرار دارد
و جهت بردار هادی که در خط قرار دارد.

نقطه را قرار می‌دهیم.



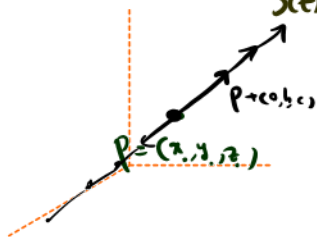
$$\vec{PQ} \parallel \vec{r}$$

$$(x - x_0, y - y_0, z - z_0) = t(a, b, c)$$

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

معادله برای هر خطی که از نقطه (x_0, y_0, z_0) می‌گذرد و در جهت (a, b, c) است به صورت زیر است:

$$\vec{r}(t) = (x_0 + at, y_0 + bt, z_0 + ct) = (x_0, y_0, z_0) + t(a, b, c)$$



$$Q = P + t(a, b, c)$$

معادله برای هر خطی که از نقطه (x_0, y_0, z_0) می‌گذرد و در جهت (a, b, c) است:

$$\vec{r}(t) = (x_0 + at, y_0 + bt, z_0 + ct)$$

$$P + t(a, b, c)$$

نوع ۱: معادله بردار خط = معادله پارامتر خط

مثال ۱: معادله بردار خط را بنویسیم که از نقطه $P(2, 4, -3)$ و $Q(3, -1, 1)$ بگذرد.

تقارن

بردار $\vec{PQ} = (1, -5, 4)$

معادله بردار خط: $\vec{r}(t) = P + t\vec{PQ}$

معادله پارامتر خط: $\vec{r}(t) = (2+t, 4-5t, -3+4t)$

سوال این خط در کجا می‌رسد؟
راستی می‌زنند؟
در زمان $t=0$ ؟

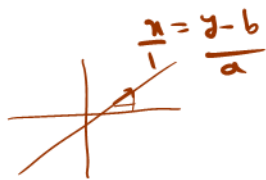
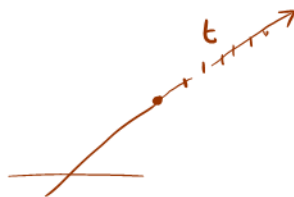
معادله بردار خط: $\vec{r}(t) = P + t\vec{PQ}$

معادله پارامتر خط: $\vec{r}(t) = (2+t, 4-5t, -3+4t)$

$$-3+4t=0 \Rightarrow t=\frac{3}{4}$$

در این زمان در کجا می‌رسیم؟

$(2+\frac{3}{4}, 4-5\times\frac{3}{4}, 0)$



$$y = ax + b$$

$$(x, ax+b)$$

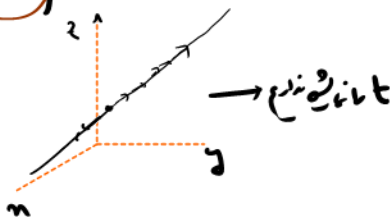
$$\vec{r} = (t, at+b)$$

نوع ۲: معادله $\mathbb{R}^2$ معادله خط

$$(1, a)$$

نوع ۳: معادله بردار خط در $\mathbb{R}^3$

$\vec{r}(t) = (x_0+at, y_0+bt, z_0+ct)$



معادله تقارن خط

$\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$

مثال ۲: خطی که از $(5, 1, 3)$ بگذرد موازی بردار $(-2, 4, 1)$ است.

معادله بردار خط: $\vec{r}(t) = (5+t, 1+4t, 3-t)$

تقارن

$\frac{x-5}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{-2}$

حل تمرین

خانم میرزایی

کلاس ریاضی

تمرین نشان دهید خطها

$P_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=-2+3t \\ z=4-t \end{cases}$
 $P_2: \begin{cases} x=2+s \\ y=3+s \\ z=-3+4s \end{cases}$

$(1, 3, -1)$
 $(2, 1, 4)$

$(0, 3, -3) + 5(2, 1, 4)$

کلاس تمرین: برای تشخیص
 بردارها را در موازات بردار
 - متقاطع نیستند (مجا) (ت) (ت)

با هم برابر نمی شوند

معادله صفحه

$P = (x, y, z)$
 $\vec{n} = (a, b, c)$

بردار عمود بر صفحه
 بردار در صفحه
 بردار عمود بر بردار در صفحه

سوال: معادله صفحه که بردار عمود بر آن $\vec{n} = (a, b, c)$ است، صفحه از نقطه $Q = (x_0, y_0, z_0)$ میگذرد.

معادله صفحه که از نقطه $Q = (x_0, y_0, z_0)$ میگذرد و بردار عمود بر آن $\vec{n} = (a, b, c)$ است:

$\vec{n} \perp \vec{PQ}$

$\vec{n} = (a, b, c)$
 $\vec{PQ} = (x-x_0, y-y_0, z-z_0)$

$a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$

معادله صفحه که از نقطه $Q = (x_0, y_0, z_0)$ میگذرد و بردار عمود بر آن $\vec{n} = (a, b, c)$ است:

$ax + by + cz + d = 0$

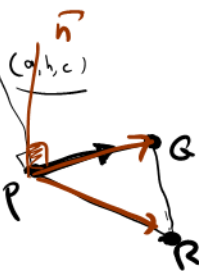
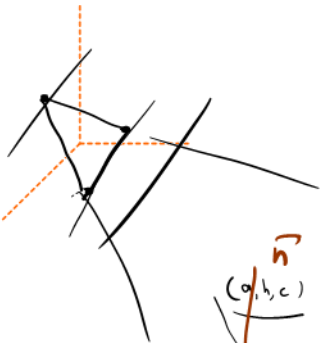
$a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$

$a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$

مثال معادله صفحه را بنویسیم که از نقطه $\vec{n} = (1, 2, 3)$ بگذرد و بردار $(3, 4, 5)$ به آن عمود باشد.

$$1(x-3) + 2(y-4) + 3(z-5) = 0$$

$$z = 0x + 0y + 0$$



مثال معادله صفحه را بنویسیم که از سه نقطه $P(1, 3, 2)$, $Q(5, 3, 0)$ و $R(3, -1, 6)$ بگذرد.

$$\vec{PQ} = (2, -4, -4)$$

$$\vec{PR} = (4, -4, 4)$$

معادله صفحه

$$12(x-1) + 20(y-3) + 14(z-2) = 0$$

$$\vec{PQ} \times \vec{PR} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -4 & -4 \\ 4 & -4 & 4 \end{vmatrix} = i(8+4) - j(2-16) + k(-2+16)$$

$$= (12, 20, 14) = \vec{n}$$

$$\vec{u} = (a, b, c)$$

$$P = (x_0, y_0, z_0)$$

$$\vec{r}(t) = (x_0 + at, y_0 + bt, z_0 + ct)$$

$$P + t(a, b, c)$$

$$\vec{n} = (a, b, c)$$

$$a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$$

$$(x, y, z)$$



(برای بهتر کردن)

استوانه با مقطع کمر

نقطه تقاطع را در فضا بنویسیم

که در مساحت

که در مساحت

که در مساحت

که در مساحت

که در مساحت

که در مساحت

که در مساحت

که در مساحت

- استوانه $z=4$ را رسم کنید

مثال استوانه $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{u}t$ را رسم کنید.

