

به نام خدا
دانشگاه صنعتی اصفهان - دانشکده علوم ریاضی

۱. حداکثر خطای نسبی محاسبه حجم یک کره از فرمول $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ چقدر است، هرگاه تقریبی از اعداد π و $\frac{1}{3}$ با خطای نسبی حداکثر 0/002 داشته باشیم و شعاع را بتوان با حداکثر خطای نسبی 0/002 اندازه‌گیری کرد؟

۲. در یک دستگاه ممیز شناور که در آن اعداد به صورت $\pm 0/d_1d_2d_3d_4 \times 10^n$ با $d_1 \neq 0$ و $-7 \leq n \leq 8$ و $0 \leq d_i \leq 9$ نمایش داده می‌شوند فاصله بین عدد ۱۰۰۰۰ و اولین عدد قابل نمایش بزرگتر از ۱۰۰۰۰ را به دست آورید.

۳. اگر مقدار $\ln(1+x)$ را با استفاده از دو جمله اول بسط مک لورن آن تقریب بزنیم، مقدار تقریبی و حداکثر خطای محاسبه $\ln(1.1)$ را به دست آورید.

۴. اگر از روش دوبخشی برای محاسبه ریشه مثبت معادله $3xe^x = 1$ در بازه $[0, 1]$ با دقت 0.5×10^{-4} استفاده شود، حداقل چند تکرار از روش دوبخشی لازم است؟

۵. مرتبه همگرایی روش نیوتن برای پیدا کردن ریشه‌های $f(x) = x^4 - 2x^2 = 0$ در صورتی که به ریشه همگرا شود، را به دست آورید.

۶. طرح تکراری $x_{n+1} = \frac{2}{3} \left(x_n + \frac{1}{x_n^2} \right)$ با چه مرتبه ای و به چه مقداری همگراست؟

۷. فرض کنید $f(x) = x + \cos x$ و $x_0 = 0$ و $x_1 = 0.5$ باشد. مقدار x_2 در روش وتری را به دست آورید.

۸. در محاسبه دوره تناوب آونگ ساده $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ، درباره اثر خطای نسبی مقادیر π, l, g در خطای نسبی T بحث کنید.

۹. در یک دستگاه ممیز شناور که در آن اعداد به صورت $\pm 0/d_1d_2d_3d_4 \times 10^n$ با $d_1 \neq 0$ و $0 \leq d_i \leq 9$ و $-7 \leq n \leq 8$ با گرد کردن نمایش داده می‌شوند، بزرگترین عدد x که در معادله $500 + x = 500$ صدق می‌کند را به دست آورید.

۱۰. اگر مقدار دقیق و تقریبی در توانی از ده ضرب شوند، در مورد خطای نسبی و مطلق چه می‌توان گفت؟

۱۱. تابع $g(x) = 1 + \tan^{-1} x$ در چه بازه‌ای نقطه ثابت دارد؟

۱۲. روش دوبخشی با شروع از بازه $[-1/75, 2/5]$ به کدامیک از صفرهای $f(x) = (x+2)(x+1)^2x(x-1)^3(x-2)$ همگرا است؟

۱۳. مرتبه همگرایی روش نیوتن به ریشه $\alpha = 0$ برای $f(x) = e^x - e^{-x}$ را به دست آورید.

۱۴. در محاسبه تقریبی $\ln(1/001)$ با سه جمله از بسط تیلور، حداکثر خطا را به دست آورید.

۱۵. با این فرض که $f(x) = \cos x + e^x$ ، $x_0 = 0$ ، x_1 با روش نیوتن و x_2 با روش وتری به دست آید، x_1 و x_2 را به دست آورید.