

# سری سوم تزییات درسی ریاضی یک عمومی

۱- اعداد  $c, k$  را طوری بیابید که توابع زیر همه جا پیوسته باشند:

$$f(x) = \begin{cases} x+2c & x \leq -2 \\ 3cx+k & -2 < x \leq 1 \\ 3x-2k & 1 < x \end{cases} \quad (ب)$$

$$f(x) = \begin{cases} 3x+7 & x \leq 4 \\ kn-1 & x > 4 \end{cases} \quad (الف)$$

$$f(x) = \begin{cases} -2\sin(x) & x \leq -\frac{\pi}{2} \\ k\sin(x)+c & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ \cos(x) & \frac{\pi}{2} \leq x \end{cases} \quad (پ)$$

۲- فرض کنید  $f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$  در مورد پیوستگی  $f \circ g$ ،  $g \circ f$  برای هر یک از توابع

زیر بحث کنید.

(الف)  $g(x) = x$       (ب)  $g(x) = x(1-x)$       (پ)  $g(x) = |x|$

۳- بارانه شالی نشان دهید ممکن است تابع حاصل ضرب  $f \cdot g$  در نقطه‌ای مانند  $a$  پیوسته باشد

در حالی که  $f$  در  $a$  پیوسته و  $g$  در  $a$  ناپیوسته باشد.

۴- دو تابع ناپیوسته در  $a$  شال بزنند که مجموع آنها در  $a$  پیوسته باشد.

۵- پیوستگی  $f \circ g$  را در موارد زیر بررسی کنید.

(الف)  $f(x) = \sqrt{x}$ ،  $g(x) = 9-x^2$       (ب)  $f(x) = \sqrt{x}$ ،  $g(x) = \frac{1}{x-2}$

۶- در هر یک از موارد زیر نمودار تابعی را رسم کنید که در ویژگی‌های داده شده، صدق کنند.

الف)  $f$  روی  $(-\infty, 2]$  و  $(2, +\infty)$  پیوسته است و

$$\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty, \quad \lim_{n \rightarrow \bar{2}} f(n) = -3, \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 4$$

ب)  $f$  روی  $(-\infty, 0)$  و  $[0, +\infty)$  پیوسته است و

$$\lim_{n \rightarrow -4} f(n) = 0, \quad \lim_{n \rightarrow 0} f(n) = 3, \quad \lim_{n \rightarrow 0^+} f(n) = -3, \quad \lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 2$$

۷- پیوستگی توابع زیر را روی بازه  $[-1, 1]$  بررسی کنید:

الف)  $f(x) = [2x] + |x|$       ب)  $f(x) = [x] + |2x|$

۸- نشان دهید چند جمله‌ای  $x^3 - 6x + 3$  روی بازه  $[-5, 6]$  دارای سه ریشه است

۹- نشان دهید چند جمله‌ای  $4x^4 - 3x^3 + 2x - 5$  دو ریشه در بازه  $[-3, 3]$  دارد.