باسمه تعالی

گزیده‌ی مسائل آمار و احتمال مهندسی

نیمسال اول سال تحصیلی ۹۷-۹۸
(سری دوم - برآورد و آزمون فرض)

دکتر امیر نادری

دانشکده‌ی علوم ریاضی، دانشگاه صنعتی اصفهان

---

۱. فرض کنید X_1، X_2، ... ، X_n یک نمونه‌ی تصادفی از توزیعی با تابع احتمال $p_\theta(x)$ یا تابع چگالی احتمال $f_\theta(x)$ تعریف شده در زیر باشد. برآورد کننده‌های درستنمایی ماکسیمم و گشتاوری θ را در هر یک از حالات زیر بیابید.

الف) $p_\theta(x) = \dfrac{\theta^x e^{-\theta}}{x!} \ , \quad x = 0, 1, 2, \cdots \ , \ \theta > 0$

ب) $f_\theta(x) = \theta x^{\theta - 1} \ , \quad 0 < x < 1 \ , \ \theta > 0$

ج) $f_\theta(x) = e^{-(x-\theta)} \ , \quad \theta \le x < \infty \ , \ -\infty < \theta < \infty$

۲. یک مشاهده از متغیر تصادفی گسسته‌ی X با تابع احتمال $p_\theta(x)$ تعریف شده در زیر در دست است که $\theta \in \{1, 2, 3\}$. برآورد درستنمایی ماکسیمم θ را به دست آورید.

x	۰	۱	۲	۳	۴
$p_1(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	۰	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$p_2(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	۰
$p_3(x)$	۰	۰	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

۳. فرض کنید X_1، X_2، ... ، X_n یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع دوجمله‌ای با پارامترهای m و θ باشد. برآورد کننده‌های درستنمایی ماکسیمم و گشتاوری θ را بیابید و ناااریب بودن آن‌ها را بررسی کنید.

۴. فرض کنید X_1، X_2، ... ، X_n یک نمونه‌ی تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد:

$$f_\theta(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\theta} x^{\frac{(1-\theta)}{\theta}} , & 0 < x < 1 \ , \ \theta > 0 \\ 0 , & \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

برآورد کننده‌های درستنمایی ماکسیمم و گشتاوری θ رابیابید.

۵. فرض کنید X_1، X_2، ... ، X_n یک نمونه‌ی تصادفی از تابع توزیع زیر باشد:

$$F_\theta(x) = \begin{cases} 1 - \left(\dfrac{1}{x}\right)^\theta , & x \ge 1 \ , \ \theta > 0 \\ 0 , & x < 1 \end{cases}$$

برآورد کننده‌ی درستنمایی ماکسیمم θ را بیابید.

۶. فرض کنید $X_۱$، $X_۲$، ... ، X_n یک نمونه‌ی تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد:

$$f_\theta(x) = \begin{cases} \theta(۱+x)^{-(۱+\theta)}, & x > ۰ \;,\; \theta > ۰ \\ ۰, & \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

برآورد کننده‌های درستنمایی ماکسیمم $\frac{۱}{\theta}$ و $\ln\theta$ را به دست آورید.

۷. هرگاه یک نمونه‌ی تصادفی اندازه‌ی ۱۵ از توزیع $N(\mu,\sigma^۲)$ مقادیر زیر را به دست دهد، برآوردهای درستنمایی ماکسیمم $\theta_۱ = \mu$ و $\theta_۲ = \sigma^۲$ را به دست آورید.

۳۳/۹	۳۰/۱	۳۳/۸	۳۶/۹	۳۱/۵
۳۴/۲	۳۰/۵	۳۴/۴	۲۹/۶	۳۵/۲
۳۲/۷	۳۴/۵	۳۵/۸	۳۶/۷	۳۱/۶

۸. فرض کنید $X_۱$، $X_۲$، ... ، $X_{۲۰}$ یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع $N(\mu, ۸۰)$ باشد. هرگاه $\bar{x} = ۸۱/۲$، یک بازه‌ی اطمینان ۹۵ درصد برای μ بیابید.

۹. فرض کنید $X_۱$، $X_۲$، ... ، X_n یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع $N(\mu, ۹)$ باشد. n را به نحوی بیابید که به طور تقریبی، $P(\bar{X} - ۱ < \mu < \bar{X} + ۱) = ۰/۹$.

۱۰. فرض کنید $X_۱$، $X_۲$، ... ، $X_{۱۷}$ یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع $N(\mu,\sigma^۲)$ باشد به طوری که $\bar{x} = ۴/۷$ و $s^۲ = ۶/۱۲$. یک بازه‌ی اطمینان ۹۰ درصد برای μ بیابید.

۱۱. فرض کنید $X_۱$، $X_۲$، ... ، $X_۹$ یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع $N(\mu,\sigma^۲)$ باشد. اگر σ معلوم باشد، طول یک بازه‌ی اطمینان ۹۵ درصد را برای μ بیابید هرگاه این بازه براساس $\frac{\sqrt{۹}(\bar{X}-\mu)}{\sigma}$ بنا نهاده شده باشد.

۱۲. دو نمونه‌ی تصادفی مستقل، هریک با اندازه‌ی ۱۰ و به ترتیب دارای توزیع‌های $N(\mu_۱,\sigma^۲)$ و $N(\mu_۲,\sigma^۲)$، مقادیر $\bar{x} = ۴/۸$، $s_۱^۲ = ۹/۶$، $\bar{y} = ۵/۶$ و $s_۲^۲ = ۸/۷۶$ را به دست می‌دهند. یک بازه‌ی اطمینان ۹۵ درصد برای $\mu_۱ - \mu_۲$ بیابید.

۱۳. فرض کنید $\bar{X}$ و $\bar{Y}$ میانگین‌های دو نمونه‌ی تصادفی مستقل، هریک با اندازه‌ی n و به ترتیب دارای توزیع‌های $N(\mu_۱,\sigma^۲)$ و $N(\mu_۲,\sigma^۲)$ باشند که در آن $\sigma^۲$ معلوم است. n را به نحوی بیابید که

$$P\left(\bar{X} - \bar{Y} - \frac{\sigma}{۵} < \mu_۱ - \mu_۲ < \bar{X} - \bar{Y} + \frac{\sigma}{۵}\right) = ۰/۹$$

۱۴. فرض کنید ۸/۶، ۷/۹، ۸/۳، ۶/۴، ۸/۴، ۹/۸، ۷/۲، ۷/۸ و ۷/۵ مقادیر مشاهده شده‌ی یک نمونه‌ی تصادفی اندازه‌ی ۹ از توزیع $N(۸,\sigma^۲)$ باشد. یک بازه‌ی اطمینان ۹۰ درصد برای $\sigma^۲$ بیابید.

۱۵. یک نمونه‌ی تصادفی اندازه‌ی ۱۵ از توزیع $N(\mu,\sigma^۲)$، به ترتیب مقادیر $\bar{x} = ۳/۲$ و $s^۲ = ۴/۵۴$ را به دست می‌دهد. یک بازه‌ی اطمینان ۹۰ درصد برای $\sigma^۲$ بیابید.

۱۶. فرض کنید S_1^2 و S_2^2 به ترتیب واریانس‌های نمونه‌های تصادفی مستقل با اندازه‌ی n از توزیع $N(\mu_1, \sigma^2)$ و با اندازه‌ی m از توزیع $N(\mu_2, \sigma^2)$ باشند. از این‌که $\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{\sigma^2}$ دارای توزیع χ^2 با $n+m-2$ درجه‌ی آزادی است استفاده نمایید و یک بازه‌ی اطمینان برای σ^2 بیابید.

۱۷. فرض کنید دو نمونه‌ی تصادفی مستقل با اندازه‌ی $n = 16$ از توزیع $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ و با اندازه‌ی $m = 10$ از توزیع $N(\mu_2, \sigma_2^2)$، مقادیر $\bar{x} = 3/6$، $s_1^2 = 4/42$، $\bar{y} = 13/6$ و $s_2^2 = 8/07$ را به دست دهند. هرگاه μ_1 و μ_2 مجهول باشند، یک بازه‌ی اطمینان ۹۰ درصد برای $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$ بیابید.

۱۸. فرض کنید X یک متغیر تصادفی با تابع چگالی احتمال $f_\theta(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}, & 0 < x < \theta \\ 0, & \text{سایر نقاط} \end{cases}$ باشد. هرگاه برای آزمون فرض ساده‌ی $H_0 : \theta = 1$ مقابل فرض ساده‌ی $H_1 : \theta = 2$، از ناحیه‌ی بحرانی $C = \{x \ : \ x > 0/99\}$ استفاده کنیم، احتمال خطای نوع اول و احتمال خطای نوع دوم را بیابید.

۱۹. هرگاه X_1، X_2، ... ، X_n یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع $N(\mu, \sigma^2)$ باشد، آن‌گاه $\sum_{i=1}^{n} \frac{(X_i - \mu)^2}{\sigma^2}$ دارای توزیع χ_n^2 است. از این توزیع استفاده کنید و به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) فرض کنید X_1، X_2، ... ، X_{25} یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع $N(0, \sigma^2)$، $\sigma^2 > 0$، باشد. هرگاه $C = \{(x_1, \cdots, x_{25}) \ : \ \sum_{i=1}^{25} x_i^2 \geq c\}$ یک ناحیه‌ی بحرانی برای آزمون فرض ساده‌ی $H_0 : \sigma^2 = 1$ مقابل فرض مرکب $H_1 : \sigma^2 > 1$ باشد، مقدار c را طوری بیابید که اندازه‌ی ناحیه‌ی بحرانی برابر $0/05$ باشد.

ب) هرگاه $\mu = \mu_0$، یک بازه‌ی اطمینان $100(1-\alpha)$ درصد برای σ^2 بیابید.

۲۰. فرض کنید X_1، X_2، ... ، X_{25} یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع $N(\theta, 100)$ باشد. برای آزمون فرض ساده‌ی $H_0 : \theta = 80$ مقابل فرض مرکب $H_1 : \theta > 80$، از ناحیه‌ی بحرانی $C = \{(x_1, \cdots, x_{25}) \ : \ \bar{x} > 83\}$ استفاده می‌کنیم.

الف) احتمال خطای نوع اول (اندازه‌ی ناحیه‌ی بحرانی) را بیابید.

ب) احتمال خطای نوع دوم را به ازای $\theta = 85$ و نیز $\theta = 87$ بیابید.

۲۱. آزمون میانگین (نمونه‌ی تصادفی از توزیع $N(\mu, \sigma^2)$ با واریانس معلوم)

فرض کنید X_1، X_2، ... ، X_n یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع $N(\mu, \sigma_0^2)$، σ_0^2 معلوم، باشد. برای آزمون فرض ساده‌ی $H_0 : \mu = \mu_0$ مقابل فرض مرکب $H_1 : \mu > \mu_0$، ناحیه‌ی بحرانی متشکل از مجموعه‌ی نقاط $(x_1, \cdots, x_n)$ است که برای آن‌ها $\bar{x} > \mu_0 + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$؛ برای آزمون فرض ساده‌ی $H_0 : \mu = \mu_0$ مقابل فرض مرکب $H_1 : \mu < \mu_0$، ناحیه‌ی بحرانی متشکل از مجموعه‌ی نقاط $(x_1, \cdots, x_n)$ است که برای آن‌ها $\bar{x} < \mu_0 - z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ و برای آزمون فرض ساده‌ی $H_0 : \mu = \mu_0$ مقابل فرض مرکب $H_1 : \mu \neq \mu_0$، ناحیه‌ی بحرانی متشکل از مجموعه‌ی نقاط $(x_1, \cdots, x_n)$ است که برای آن‌ها $|\bar{x} - \mu_0| > z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. α اندازه‌ی ناحیه‌ی بحرانی و z_x عددی است که تابع توزیع نرمال استاندارد در آن برابر $1 - x$ است.

هرگاه $n = 16$، $\sigma_0^2 = 100$ و $\bar{x} = 113/5$، فرض ساده‌ی $H_0 : \mu = 110$ را مقابل فرض مرکب $H_1 : \mu > 110$، با اندازه‌ی ناحیه‌ی بحرانی $\alpha = 0/05$ و نیز با اندازه‌ی ناحیه‌ی بحرانی $\alpha = 0/1$ بیازمایید.

۲۲. آزمون میانگین (نمونه‌ی تصادفی از توزیع $N(\mu,\sigma^2)$ با واریانس مجهول)

فرض کنید X_1، X_2، ... ، X_n یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع $N(\mu,\sigma^2)$، σ^2 مجهول، باشد. برای آزمون فرض ساده‌ی $H_0 : \mu = \mu_0$ مقابل فرض مرکب $H_1 : \mu > \mu_0$، ناحیه‌ی بحرانی متشکل از مجموعه‌ی نقاط $(x_1,\cdots,x_n)$ است که برای آن‌ها $\bar{x} > \mu_0 + t_\alpha(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}$؛ برای آزمون فرض ساده‌ی $H_0 : \mu = \mu_0$ مقابل فرض مرکب $H_1 : \mu < \mu_0$، ناحیه‌ی بحرانی متشکل از مجموعه‌ی نقاط $(x_1,\cdots,x_n)$ است که برای آن‌ها $\bar{x} < \mu_0 - t_\alpha(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}$ و برای آزمون فرض ساده‌ی $H_0 : \mu = \mu_0$ مقابل فرض مرکب $H_1 : \mu \neq \mu_0$، ناحیه‌ی بحرانی متشکل از مجموعه‌ی نقاط $(x_1,\cdots,x_n)$ است که برای آن‌ها $|\bar{x} - \mu_0| > t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}$. α اندازه‌ی ناحیه‌ی بحرانی و $t_x(r)$ عددی است که تابع توزیع t با r درجه‌ی آزادی در آن برابر $1-x$ است.

هرگاه $n = 16$، $s = 0/4$ و $\bar{x} = 10/4$، فرض ساده‌ی $H_0 : \mu = 10/1$ را مقابل فرض مرکب $H_1 : \mu > 10/1$، با اندازه‌ی ناحیه‌ی بحرانی $\alpha = 0/05$ بیازمایید.

۲۳. آزمون نسبت یا آزمون احتمال موفقیت (نمونه‌ی تصادفی از توزیع برنولی با احتمال موفقیت p)

فرض کنید X_1، X_2، ... ، X_n یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع برنولی با احتمال موفقیت p باشد و $\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ و $\hat{q} = 1 - \hat{p}$. برای آزمون فرض ساده‌ی $H_0 : p = p_0$ مقابل فرض مرکب $H_1 : p > p_0$، ناحیه‌ی بحرانی متشکل از مجموعه‌ی نقاط $(x_1,\cdots,x_n)$ است که برای آن‌ها $\hat{p} > p_0 + z_\alpha\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$؛ برای آزمون فرض ساده‌ی $H_0 : p = p_0$ مقابل فرض مرکب $H_1 : p < p_0$، ناحیه‌ی بحرانی متشکل از مجموعه‌ی نقاط $(x_1,\cdots,x_n)$ است که برای آن‌ها $\hat{p} < p_0 - z_\alpha\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$ و برای آزمون فرض ساده‌ی $H_0 : p = p_0$ مقابل فرض مرکب $H_1 : p \neq p_0$، ناحیه‌ی بحرانی متشکل از مجموعه‌ی نقاط $(x_1,\cdots,x_n)$ است که برای آن‌ها $|\hat{p} - p_0| > z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$. α اندازه‌ی ناحیه‌ی بحرانی و z_x عددی است که تابع توزیع نرمال استاندارد در آن برابر $1-x$ است.

هرگاه $n = 400$ و نصف مقادیر مشاهده شده موفقیت باشد، فرض ساده‌ی $H_0 : p = 0/43$ را مقابل فرض مرکب $H_1 : p \neq 0/43$، با اندازه‌ی ناحیه‌ی بحرانی $\alpha = 0/1$ بیازمایید.

۲۴. آزمون واریانس (نمونه‌ی تصادفی از توزیع $N(\mu,\sigma^2)$ با میانگین مجهول)

فرض کنید X_1، X_2، ... ، X_n یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع $N(\mu,\sigma^2)$، μ مجهول، باشد. برای آزمون فرض ساده‌ی $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ مقابل فرض مرکب $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$، ناحیه‌ی بحرانی متشکل از مجموعه‌ی نقاط $(x_1,\cdots,x_n)$ است که برای آن‌ها $s^2 > \chi^2_\alpha(n-1)\frac{\sigma_0^2}{n-1}$؛ برای آزمون فرض ساده‌ی $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ مقابل فرض مرکب $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$، ناحیه‌ی بحرانی متشکل از مجموعه‌ی نقاط $(x_1,\cdots,x_n)$ است که برای آن‌ها $s^2 < \chi^2_{1-\alpha}(n-1)\frac{\sigma_0^2}{n-1}$ و برای آزمون فرض ساده‌ی $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ مقابل فرض مرکب $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$، ناحیه‌ی بحرانی متشکل از مجموعه‌ی نقاط $(x_1,\cdots,x_n)$ است که برای آن‌ها $s^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{\sigma_0^2}{n-1}$ یا $s^2 < \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{\sigma_0^2}{n-1}$. α اندازه‌ی ناحیه‌ی بحرانی و $\chi^2_x(n-1)$ عددی است که تابع توزیع کای دو با $n-1$ درجه‌ی آزادی در آن برابر $1-x$ است.

هرگاه $n = 13$ و $s^2 = 9/88$، فرض ساده‌ی $H_0 : \sigma^2 = 25$ را مقابل فرض مرکب $H_1 : \sigma^2 < 25$، با اندازه‌ی ناحیه‌ی بحرانی $\alpha = 0/05$ بیازمایید.

۲۵. فرض کنید X و Y به ترتیب، نشان‌دهنده‌ی وزن‌ها (بر حسب گرم) نوعی از پرندگان نر و ماده آبزی، مستقل و دارای توزیع‌های $N(\mu_X,\sigma_X^2)$ و $N(\mu_Y,\sigma_Y^2)$ باشند. نیز فرض کنید نمونه‌های تصادفی مستقل با اندازه‌ی $n = 16$

از توزیع $N(\mu_X,\sigma_X^2)$ و با اندازه‌ی ۱۳ $= m$ از توزیع $N(\mu_Y,\sigma_Y^2)$، مقادیر ۳۴۷/۴ $= \bar{x}$، ۱۳۵۶/۷۵ $= s_X^2$، ۴۱۵/۱۶ $= \bar{y}$ و ۶۹۲/۲۱ $= s_Y^2$ را به دست دهند.

(الف) فرض $H_0 : \sigma_X^2 = \sigma_Y^2$ را مقابل فرض $H_1 : \sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$، با ۰/۱ $= \alpha$ بیازمایید.

(ب) فرض $H_0 : \mu_X = \mu_Y$ را مقابل فرض $H_1 : \mu_X < \mu_Y$، با ۰/۰۱ $= \alpha$ بیازمایید.

۲۶. فرض کنید X و Y به ترتیب دارای توزیع‌های $N(\mu_X,\sigma_X^2)$ و $N(\mu_Y,\sigma_Y^2)$ باشند. دو نمونه‌ی تصادفی مستقل، یکی از X با اندازه‌ی ۹ $= n$، مقادیر ۸۴/۳۴ $= \bar{x}$ و ۱۳/۹۰ $= s_X^2$ و دیگری از Y با اندازه‌ی ۱۶ $= m$، مقادیر ۵۰/۲۹ $= \bar{y}$ و ۱۲/۴۸ $= s_Y^2$ را به دست می‌دهند. آیا فرض $H_0 : \sigma_X^2 = \sigma_Y^2$ مقابل فرض $H_1 : \sigma_X^2 > \sigma_Y^2$، با ۰/۰۵ $= \alpha$ رد می‌شود؟

۲۷. فرض کنید X و Y نشان‌دهنده‌ی زمان‌های مورد نیاز جهت رسیده شدن دانه‌های گیاه گواردیولا، از خانواده‌های به ترتیب باریک‌برگ از توزیع $N(\mu_X,\sigma_X^2)$ و پهن‌برگ از توزیع $N(\mu_Y,\sigma_Y^2)$ باشند. هرگاه دو نمونه‌ی تصادفی مستقل، یکی از X با اندازه‌ی ۱۳ $= n$، مقادیر ۱۸/۹۷ $= \bar{x}$ و ۴/۰۸ $= s_X^2$ و دیگری از Y با اندازه‌ی ۹ $= m$، مقادیر ۲۳/۲۰ $= \bar{y}$ و ۹/۸۸ $= s_Y^2$ را به دست دهند، فرض $H_0 : \sigma_X^2 = \sigma_Y^2$ را مقابل فرض $H_1 : \sigma_X^2 < \sigma_Y^2$، با ۰/۰۵ $= \alpha$ بیازمایید.

۲۸. دو نمونه‌ی تصادفی مستقل با اندازه‌های یکسان ۸۱ $= n$، یکی از توزیع $N(\mu_X,\sigma^2)$ و دیگری از توزیع $N(\mu_Y,\sigma^2)$ به ترتیب مقادیر ۱۸۲ $= \bar{x}$، ۱۷۳ $= \bar{y}$ و انحراف معیارهای یکسان ۲۴ $= s$ را به دست می‌دهند. فرض $H_0 : \mu_X = \mu_Y$ را مقابل فرض $H_1 : \mu_X \neq \mu_Y$، با ۰/۰۵ $= \alpha$ بیازمایید.

۲۹. فرض کنید X و Y مستقل و به ترتیب دارای توزیع‌های $N(\mu_X,\sigma^2)$ و $N(\mu_Y,\sigma^2)$ باشند. فرض $H_0 : \mu_X = \mu_Y$ را مقابل فرض $H_1 : \mu_X > \mu_Y$ می‌آزماییم. بر اساس ۱۰ $= n$ مشاهده از X و ۱۰ $= m$ مشاهده از Y،

(الف) یک ناحیه‌ی بحرانی با اندازه‌ی ۰/۰۵ $= \alpha$ تعریف کنید.

(ب) هرگاه ۷۹/۸ $= \bar{x}$، ۲۷۱/۲ $= s_X^2$، ۷۴/۳ $= \bar{y}$ و ۲۵۸/۷ $= s_Y^2$، نتیجه‌ی آزمون فرض چه خواهد بود؟

۳۰. فرض کنید در یک نظرسنجی، p_1 و p_2 به ترتیب نشان‌دهنده‌ی نسبت آرای موافق در حوزه‌های رأی‌گیری شماره‌های ۱ و ۲ باشند. آیا با اطلاعات داده شده در جدول زیر، فرض $H_0 : p_1 = p_2$ مقابل فرض $H_1 : p_1 > p_2$، با ۰/۱ $= \alpha$ رد می‌شود؟

	تعداد آرای موافق	تعداد آرای مخالف
حوزه‌ی شماره ۱	۲۰۰	۱۸۰
حوزه‌ی شماره ۲	۲۲۰	۲۶۵