

آزمون میان‌ترم درس محاسبات عددی      آذر ماه ۹۸      مدت: ۸۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی ..... شماره دانشجویی ..... مدرس .....

توجه: پاسخ مناسب پرسش‌ها را فقط با علامت × در پاسخ‌نامه مشخص کنید. پاسخ نادرست نمره منفی ندارد. از انتخاب دو گزینه برای یک پرسش و خط زدن خودداری کنید. دو برگه پرسش‌نامه را به هیچ وجه جدا نکنید.

### پاسخ نامه

د	ج	ب	الف	-	د	ج	ب	الف	-	د	ج	ب	الف	-
	■			۱۱			■	■	۶				■	۱
		■		۱۲	■				۷			■		۲
■				۱۳				■	۸	■				۳
■				۱۴		■			۹		■			۴
		■		۱۵				■	۱۰		■			۵

۱. در محاسبه حجم  $(V = \frac{4}{3}\pi r^3)$  یک کره به شعاع  $r$ ، درباره اثر خطای نسبی داده‌ها در خطای نسبی  $V$  چه می‌توان گفت؟  
 الف) اثر خطای نسبی  $r$  بیشتر است.  
 ب) اثر خطای نسبی  $\pi$  بیشتر است.  
 ج) اثر خطای نسبی  $\frac{4}{3}$  بیشتر است.  
 د) هر سه اثر خطای نسبی یکسانی دارند.

۲. گزینه مناسب برای محاسبه  $T = \frac{\cos(2x) - 1 + 2x^2}{x^4}$  به ازای مقادیر  $x$  نزدیک صفر کدام است؟  
 الف)  $\frac{3}{2}$       ب)  $\frac{2}{3}$       ج)  $\frac{2x}{3}$       د)  $\frac{3x}{2}$

۳. برای محاسبه  $f(3)$  با خطایی کمتر از 0/0007 چند جمله از بسط تیلور تابع  $f$  حول نقطه  $x_0 = 2/5$  لازم است (می‌دانیم  $|f^{(n)}(x)| \leq \frac{1}{n}$ )؟  
 الف) دو جمله      ب) سه جمله      ج) پنج جمله      د) چهار جمله

۴. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد ریشه  $\alpha = 0$  برای  $f(x) = \sin x - \sinh x$  صحیح است؟  
 الف) روش نیوتن همگرای مرتبه دو است.  
 ب) روش دوبخشی همگرا نیست.  
 ج) روش نیوتن همگرای مرتبه یک است.  
 د) روش نیوتن همگرای حداقل مرتبه دو است.

۵. کدام گزینه درست است؟  
 الف) معادله  $x = 1 + \tan^{-1} x$  نقطه ثابت یکتا در بازه  $[2, 3]$  دارد.  
 ب) تابع  $g(x) = 1 + \tan^{-1} x$  ریشه یکتا در بازه  $[2, 3]$  دارد.  
 ج) تابع  $g(x) = 1 + \tan^{-1} x$  نقطه ثابت یکتا در بازه  $[2, 3]$  دارد.  
 د) معادله  $x = 1 + \tan x$  ریشه یکتا در بازه  $[2, 3]$  دارد.

۶. با این فرض که  $f(x) = \cos(e^x)$ ،  $x_0 = 0$ ،  $x_1$  با روش نیوتن و  $x_2$  با روش وتری به دست آید،  $x_1$  و  $x_2$  به ترتیب کدامند؟  
 الف) 0/4015 و 0/6420      ب) 0/4015 و 0/6421      ج) 0/4016 و 0/6420      د) 0/4016 و 0/6421

۷. اگر  $x_0 = -1$ ،  $x_1 = 0$ ،  $x_2 = -2$ ،  $x_3 = 4$  و  $x_4 = -3$ ، مقدار  $(L_4(x_3))^2 - 4L_0(x_1) + 3L_2(x_2)$  کدام است؟

- الف) 1      ب) 0      ج) 4      د) 3
- 

۸. حداکثر خطای درونیابی تابع  $f(x) = \ln(x)$  در نقاط  $x_0 = 1$  و  $x_1 = 1.5$  چند است؟

- الف) 0/0312      ب) 0/0213      ج) 0/0123      د) 0/5
- 

۹. در یک دستگاه ممیز شناور نرمال شده که هر عدد حقیقی به صورت  $\pm 0/d_1d_2d_3d_4 \times 10^e$  با  $d_1 \neq 0$  و  $0 \leq d_i \leq 9$  برای  $i = 1, 2, 3, 4$  و

$-6 \leq e \leq 7$ ، نمایش داده می‌شود، اعداد قابل نمایش قبل و بعد از 10000 کدام هستند؟

- الف) 9999, 10001      ب) 9990, 10010      ج) 9999, 10010      د) 9990, 10001
- 

۱۰. در دستگاه ممیز شناور نرمال شده سوال قبل، تعداد اعداد قابل نمایش در بازه  $[1, 10]$  کدام است؟

- الف) 9001      ب) 9000      ج) 8999      د) 9002
- 

۱۱. چند تکرار روش دوبخشی در بازه  $[-0.5, 1.5]$  لازم است تا ریشه  $f(x) = 1 - e^x$  با حداکثر خطای  $10^{-3}$  محاسبه شود؟

- الف) 9      ب) 10      ج) 11      د) 8
- 

۱۲. کدامیک از عبارات زیر صحیح است؟

الف) روش دوبخشی برای یافتن تمامی ریشه‌ها همگرا است.

ب) مرتبه همگرایی روش نیوتن به مرتبه ریشه بستگی دارد.

ج) مرتبه همگرایی روش وتری بیشتر از مرتبه همگرایی روش نیوتن است.

د) روش نیوتن برای حل معادلات غیرخطی همیشه همگرا است.

---

۱۳. مقدار درونیاب مثبتی بر نقاط  $(-0/5, 1)$ ،  $(0, 0)$ ،  $(0/5, -1)$  و  $(1, 0)$  در نقطه  $x = 0/25$  کدام است؟

- الف) 0/652      ب) -0/652      ج) 0/625      د) -0/625
- 

۱۴. درجه چندجمله‌ای درونیاب مثبتی بر نقاط  $(-1, -6)$ ،  $(0, -3)$ ،  $(1, 2)$ ،  $(3, 18)$  و  $(-2, -7)$  کدام است؟

- الف) 5      ب) 4      ج) 3      د) 2
- 

۱۵. کدامیک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

الف) خطای درونیابی در  $n + 1$  نقطه واقع بر یک چندجمله‌ای از درجه  $n$ ، صفر است.

ب) درونیاب در  $n + 1$  نقطه، یک چندجمله‌ای دقیقاً از درجه  $n$  است.

ج) در محاسبه تفاضلات تقسیم شده نیوتن، امکان انتشار خطا وجود دارد.

د) در محاسبه تفاضلات پیشرو، امکان انتشار خطا وجود دارد.

## فرمول‌های مورد نیاز

$$z = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad \widehat{z} = f(\widehat{x}_1, \dots, \widehat{x}_n), \quad e_a(z) = |z - \widehat{z}| \simeq \left| \Delta x_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + \dots + \Delta x_n \frac{\partial f}{\partial x_n} \right|$$

$$f(x) = P_n(x) + R_n(x, x_0), \quad R_n(x, x_0) = \frac{f^{(n+1)}(\xi(x))}{(n+1)!} (x - x_0)^{n+1},$$

$$P_n(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} (x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n = \sum_{i=0}^n \frac{f^{(i)}(x_0)}{i!} (x - x_0)^i$$

$$|x_n - \alpha| \leq \frac{b-a}{2^n}, \quad |x_n - \alpha| \leq \frac{L^n}{1-L} |x_1 - x_0|, \quad x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad x_{n+1} = \frac{x_{n-1}f(x_n) - x_n f(x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$$

$$P_n(x) = y_0 + \theta \Delta y_0 + \frac{\theta(\theta-1)}{2} \Delta^2 y_0 + \dots + \frac{\theta(\theta-1) \dots (\theta-n+1)}{n!} \Delta^n y_0, \quad \theta = \frac{x - x_0}{h}$$

$$P_n(x) = \sum_{j=0}^n f_j L_j(x), \quad L_j(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1) \dots (x-x_{j-1})(x-x_{j+1}) \dots (x-x_n)}{(x_j-x_0)(x_j-x_1) \dots (x_j-x_{j-1})(x_j-x_{j+1}) \dots (x_j-x_n)},$$

$$P_n(x) = f_0 + \sum_{j=1}^n f[x_0, x_1, \dots, x_j] (x-x_0) \dots (x-x_{j-1}), \quad f[x_i, x_{i+1}] = \frac{f_{i+1} - f_i}{x_{i+1} - x_i},$$

$$f[x_i, \dots, x_{i+j}] = \frac{f[x_{i+1}, \dots, x_{i+j}] - f[x_i, \dots, x_{i+j-1}]}{x_{i+j} - x_i}$$

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} (x-x_0)(x-x_1) \dots (x-x_n) \quad x_0 \leq c \leq x_n.$$