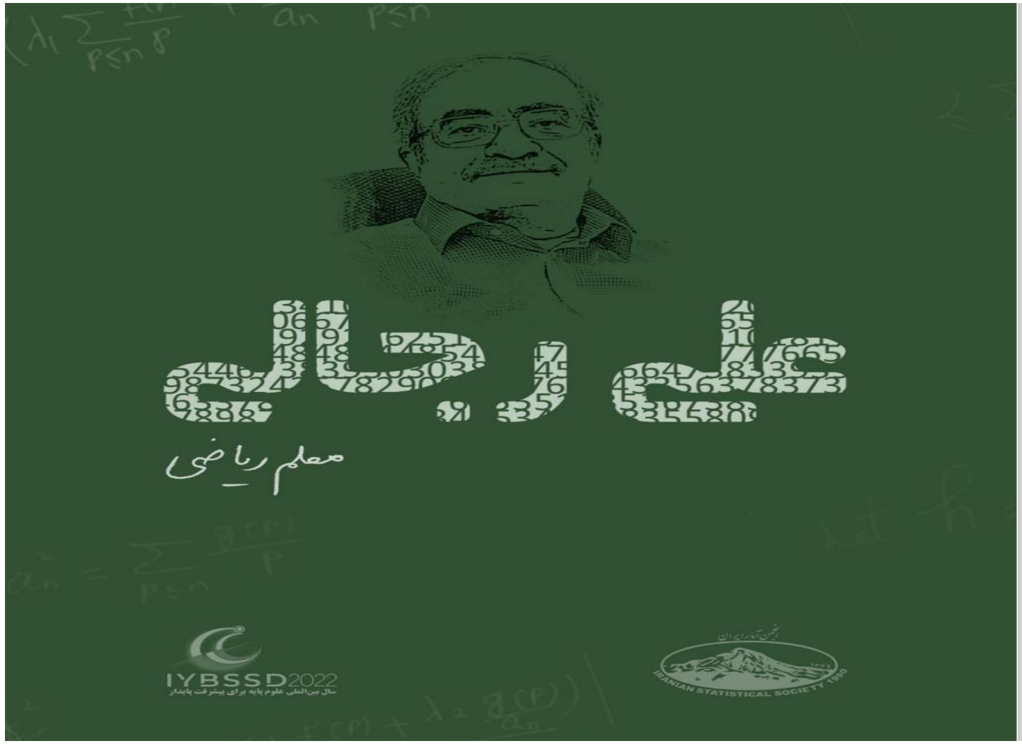
تجربه معلمی و کاربرد احتمال

گفتگو با همکاران

دانشکده علوم ریاضی دانشگاه صنعتی اصفهان

چهارشنبه ۲۵ مهر۱۴۰۳- ۱۵ تا ۱۶



بخش اول

تجربه معلمی

دوران تحصیلات مدرسه ای

دبستان: کارکردن با سایر همکلاسیها وطرح سوال های کاربردی ریاضی.

شناسایی دو علاقه من (معلمی و ریاضی) دردبستان

دبیرستان: **هاتف**(رفع اشکال دانش آموزان)

سعدی (ابتدا شناخته شده نبودم . بعد که توسط آقای موحدی به سادگی کشف شدم،خیلی ها رفع اشکال می کردند.)

دوره تحصیلات دانشگاهی

دانشگاه شیراز ـ اخذ بالاترین نمره بین همه دانشجویان علوم ومهندسی در درس ریاضی ۱۰۵

معلم حل تمرین درس های ریاضی برای دانشجویان پزشگی و کشاورزی (**ریاضی ۱۰۳**) و نیز **آمار اقتصادی** (**ریاضی ۳۱۳**) وبرنامه نویسی برای مقالات تحقیقاتی آقای دکتر حدیدی در زمینه نظریه صف ومسولیت آزمایشگاه آمارو مسولیت برنامه نویسی نمرات ریاضی دانشجویان دانشکده

تدریس درس **آمار پزشگی** در بدو ورود به دوره فوق لیسانس (نیمسال دوم سال ۱۳۵۱-۱۳۵۲)

تدریس درس **آمار اقتصادی** در سال ۱۳۵۲-۱۳۵۳

دانشگاه استانفورد: معلم حل تمرین درس های **احتمال وفرآیندهای تصادفی** تا سال ۱۳۵۸

در دوره تحصیلات تکمیلی مطالعه تیمی و مباحث علمی با سایر دانشجویان رشته ریاضی، برای درک مفاهیم ریاضی و حل مسائل آن و همکاری با آقایان احمد پارسیان، اسفندیار اسلامی، یوسف بهرام‌پور، محمود لشکری زاده بمی و رسول کامران از تجارب جالب زندگی تحصیلی رجالی در دانشگاه شیراز بود. یادگیری کار تیمی در دوران تحصیل در دانشگاه شیراز، در زمینه‌های مختلف علوم ریاضی، نه تنها به او این توان را داد که سه دانشکده فعال علوم ریاضی، فیزیک و شیمی در دانشگاه صنعتی اصفهان، از مجموعه‌ای که فقط وظیفه ارائه دروسی سرویسی علوم پایه دانشگاه صنعتی اصفهان را داشت در سال‌های ۱۳۵۹ تا ۱۳۶۲، با جذب نیرو و پذیرش دانشجوی علوم در دانشگاه صنعتی اصفهان، گسترش دهد، بلکه توان راه‌اندازی اتحادیه انجمن‌های ایرانی علوم ریاضی در سال‌های ۱۳۹۵ تا ۱۳۹۸ در ایران نیز ریشه در این نگرش عام به علوم پایه و یادگیری انجام کار گروهی، از دوران تحصیل در دانشگاه شیراز دارد. رجالی در هیچ یک از مراسم فارغ‌التحصیلی دانشگاه شیراز شرکت نکرد. چون محمدرضا پهلوی رئیس دانشگاه پهلوی شیراز شخصاً به دانشجویان رتبه اول در مراسمی جایزه و گواهینامه فارغ‌التحصیلی را اهدا می‌کرد!

در بین دروس، رجالی علی‌رغم یادگیری مباحث مختلف آماری، به دروس احتمال و فرایندهای تصادفی علاقه بیشتری داشت و با توجه به علاقه او به هندسه که ریشه در تحصیلات دبیرستانی او داشت، قصد داشت در رشته احتمال هندسی کار کند. وقتی پروفسور هربرت سالمان، او را به‌عنوان دانشجوی تحت راهنمایی‌اش پذیرفت، از رجالی خواست فرم پژوهانه‌ای را در دفتر بخش تکمیل کند. او وقتی دید فرم مربوط به نیروی دریایی ایالات متحده است، نزد پروفسور سالمان رفت و گفت " من نمی‌خواهم با نیروهای ارتشی قرارداد امضا کنم! "پروفسور سالمان هم گفتند که "اگر بخواهی در این رشته وبا من کار کنی، مجبور هستی این فرم را امضا کنی." این مسئله باعث شد که رجالی رشته تحقیقاتی‌اش را عوض کند. اما شانس دیگری برای او پیدا شد. پروفسور پرسی دیاکونس که استاد دروس احتمال دوره دکتری رجالی بودند، به او اطلاع دادند که " پروفسور پاول اردیش (دانشمند ریاضی مجارستانی) یک سال میهمان دانشگاه جنوبی کالیفرنیا در لس‌آنجلس است و او قصد دارد هفته‌ای یک‌بار روزهای دوشنبه به استانفورد بیاید و اخیراً کتابی در زمینه روش‌های غربالی نوشته شده است که ایشان، به همراهی پروفسور چارلز استین و پروفسور دیاکونس قصد دارند مشترکاً بخوانند. ایشان از او خواستند که اگر مایل است در این کلاس شرکت کند. رجالی هم این فرصت کار کردن با پروفسور اردیش را از دست نداد و در این کلاس شرکت کرد. در اولین جلسه پروفسور اردیش (که دانشجویان و اساتید دانشگاه او را پاول صدا می‌زدند. در آنجا هیچ‌کس از

اصطلاحات عجیب استاد، پروفسور و غیره استفاده نمی‌کند. همه با نام کوچک یکدیگر را صدا می‌زنند. ولی هرکس حدود خود را می‌داند!) مقدمه‌ای از کتاب و اهدافش را گفت و قرار شد فصل اول را همه بخوانند و در جلسه بعد یک نفر ارائه دهد. پروفسور دیاکونس گفتند خوب علی از همه جوان‌تر است و بهتر است فصل اول را او بگوید. این چالش بزرگی بود. یک دانشجوی تازه وارد بخواهد یک فصل کتاب جدیدی را برای سه استاد مسلم عملاً تدریس کند. خوشبختانه دوران سخت و زیبائی گذشت تا هفته بعد رسید و رجالی درس را ارائه داد. بعد از پایان درس هم بحث‌هایی مطرح شد و گفتند جلسه اول خوب بود، خوب است علی فصل دوم را هم ارائه دهد و خوشبختانه تا پایان کتاب همین صحنه تکرار شد. این کلاس باعث شد که رجالی رشته تخصصی‌اش را نظریه احتمالی اعداد انتخاب و تحت راهنمایی استادش پروفسور پرسی دیاکونس، استاد دانشگاه استانفورد و یکی از بیست مؤثرترین دانشمند ریاضی جهانی کار کند.

شروع کار

رجالی در چهاردهم شهریورماه ۱۳۵۷ به ایران برمی‌گردد و از همان روز به‌عنوان استادیار کار خود را در بخش ریاضی دانشگاه شیراز آغاز می‌نماید.

غیر از تدریس درس‌های احتمال و نظریه اعداد، یکی دیگر از درس‌هایی که مسئولیت تدریسش به رجالی واگذار می‌شود، درس ریاضی ۱۰۵ برای دانشجویان علوم و مهندسی بوده است. او در این درس متوجه می‌شود که دانشجویان جدید بر خلاف دانشجویان زمان تحصیلش، اصطلاحات ریاضی را می‌دانند، ولی تفکر ریاضی و قدرت درک مفاهیم ریاضی را ندارند. **چرایی** بزرگ در فکر او ایجاد می‌شود و مسیر کاری‌اش تغییر می‌کند. او برای شناخت مسئله تصمیم می‌گیرد تا به مدارس برود و از مشکلات آموزشی این دانشجویان که ۹ سال بعد از او وارد دانشگاه شیراز شده‌اند، مطلع گردد. اما فکر می‌کند اگر این جوان بیست و هفت ساله در بین معلمان ظاهر شود، در شیراز به او توجهی نمی‌کنند. او ظاهراً برای رسیدن به عشق همیشگی‌اش که در اصفهان زندگی می‌کرد و بودن با پدر و مادرش، با تلاش برای انتقال استاد پرتوانی همچون دکتر محمد صدوقی الوندی از بانک مرکزی به شیراز، خود به دانشگاه اصفهان مأمور می‌شود.

ماموریت در دانشگاه اصفهان وشروع بکار در صنعتی

کارها و علاقه رجالی در دانشگاه اصفهان با استقبال روبرو نمی‌شود. اگرچه مسئولیت تدریس دروس آمار ریاضی، نظریه اعداد و حساب دیفرانسیل و انتگرال، به رجالی واگذار می‌شود، ولی همکار استادی می‌شود که درس تمرین دبیری را تدریس می‌کرده است. از این راه با کمک معلمانش آقایان موحدی، تلگینی، امام جمعه زاده، مشتاقیان پور و جمالی به مدارس راه می‌یابد و دانشجویان این درس را برای تمرین دبیری به مدارس و کلاس‌های درسی معلمان خوبی همچون افراد فوق و آقایان قیاسیان و غیاثی نژاد می‌فرستد. در این فاصله با آقای یحیی تابش از دانشگاه صنعتی اصفهان آشنا می‌شود و حتی قبل از انتقال به آن دانشگاه، مرکز بررسی ریاضیات دبیرستانی را در دانشگاه صنعتی اصفهان با مشارکت دوستان آن دانشگاه راه‌اندازی می‌کند. (رجالی بالاخره در سال ۱۳۵۹ با موافقت دانشگاه شیراز به دانشگاه صنعتی اصفهان انتقال پیدا می‌کند.) در مرکز بررسی ریاضیات دبیرستانی، جزواتی تدوین می‌شد و نه تنها در اصفهان که بعدازظهرهای دوشنبه معلمان ریاضی اصفهان دور هم جمع می‌شدند، بلکه در نقاط دیگر هم این جزوات در اختیار دبیران قرار می‌گرفت و مدرسان دانشگاه صنعتی اصفهان ضمن حضور در این جلسات با همکاران خود آن‌ها را مطالعه و روش‌های تدریس مطالب ریاضی را تمرین می‌کردند و علاوه‌برآن وضعیت تدریس ریاضی در ایران نیز در این مرکز رصد می‌شد.

آزاده پروانه

دانشجوی دکترای آمار دانشگاه اصفهان

حدود ده سال پیش، برای اولین بار وارد شهر اصفهان شدم تا دوره کارشناسی ارشد خود را در دانشگاه صنعتی اصفهان بگذرانم. در ترم اول، دو درس داشتیم که یکی از آن‌ها درس آنالیز حقیقی با تدریس دکتر علی رجالی بود. من که به عنوان فارغ‌التحصیل کارشناسی رشته آمار تا آن زمان تنها درس مشابهی که با آنالیز حقیقی پاس کرده بودم آنالیز ریاضی ۱ بود، تنها تصوری که از آنالیز حقیقی می‌توانستم داشته باشم مبحثی سنگین بود که در آن بایستی قضایای متعدد با اثبات‌های از قبل انجام شده را یاد می‌گرفتیم، بی آنکه بدانیم دقیقاً کجا به کارمان خواهد آمد. اما چند جلسه بیشتر از کلاس درس آنالیز حقیقی نگذشت که حیرت‌زده از سادگی بیان استاد درس در توضیح مطالبی که از بیرون عجیب و غریب به نظر می‌آمدند و ذکر تمثیل‌هایی که کمک می‌کرد ساده‌تر هم مطالب را درک کنیم شدم! خلاقیت ایجاد چنین تمثیل‌هایی برایم ستودنی است و اکنون فکر می‌کنم خود، اثبات ساده‌ای از هنر معلمی دکتر رجالی است. در کلاس آنالیزحقیقی، خبری از نوشتن جزوه به صورت قضیه/لم/گزاره و بعد اثبات نبود، بلکه ما باید هر جلسه کل یا بخشی از یک قضیه/لم/گزاره را خودمان تلاش می‌کردیم تا ثابت کنیم و سپس پای تابلو با جزئیات شرح دهیم. وقتی پای تابلو می‌ایستادیم تا اثبات

مربوطه را شرح دهیم، با رشته سؤالاتی از طرف استاد مواجه می‌شدیم که باعث می‌شد عمیقاً مطلب را فهمیده و سپس به جای خود برگردیم. طرح چنین رشته سؤالاتی خود توان بالای معلمی، سواد و تسلط زیاد روی مبحث و صبر و دلسوزی یک استاد برای یادگیری دانشجو را می‌طلبید. در ضمن، برای جواب دادن سؤالاتی که گاهی شامل مباحثی می‌شد که قبلاً گذرانده بودیم و یا کاملاً جدید بودند، بایستی مطالب اضافه‌ای هم هر جلسه مطالعه می‌کردیم. این کلاس درس که ترکیبی از تدریس استاد و فعالیت دانشجویان می‌شد، برای من که آن زمان فردی گوشه‌گیر محسوب می‌شدم لذت همراه با استرس بود، اما مقابله با همان استرس، به مرور از من شخصیتی استوارتر ساخت. در انتها هم عمق و میزان مطالبی که فقط برای گذراندن یک درس آنالیز حقیقی یاد گرفتیم را می‌توان معادل گذراندن چندین مبحث از گذشته و بعضاً آینده دانست. علاقه فراوانی که به مبحث آنالیز حقیقی از این کلاس درس به من منتقل شد، باعث شد تصمیم بگیرم در ادامه همواره در زمینه فرایندهای تصادفی و نظریه احتمال کار کنم، موضوعاتی که پیوستگی عمیقی با آنالیز حقیقی و مباحث مشابه آن از جمله آنالیز ریاضی، آنالیز تابعی و توپولوژی دارند.


استاد عزیز
روزت مبارک

فهیمه تقوی
دبیر ریاضی شهرستان عباس‌آباد، غرب مازندران

اولین بار نام دکتر رجالی را از یکی از هم‌ورودی‌هایم، مرحوم مریم امامی که ریاضی ۱ را با ایشان می‌گذراند شنیدم. بسیار از خلق نیکوی ایشان و نیز میزان دسترسی بالای هر دانشجو برای رفع اشکالات ریاضی خود، تعریف می‌کرد.

آمار ریاضی را با دکتر رجالی گذراندم. بیش از آنکه آمار و مفاهیم آماری را بیاموزم از ایشان تواضع و فروتنی و پرهیز از خودشیفتگی را آموختم. یاد گرفتم که ارزش کار هرکس به میزان تلاش اوست نه به پارامترهای غیرشفافی همچون بالا بودن هوش و... . عشق دکتر رجالی به اصلاح سیستم آموزش ریاضی از مقاطع پایین را می‌توانستیم حتی در فعالیت‌های دانشگاهی ایشان لمس کنیم. تعریف درس‌هایی با موضوع آموزش ریاضی برای دانشجویان رشته‌ی ریاضی (و نه دبیری ریاضی!) در مقطع لیسانس کاری غیرمتعارف اما بسیار تأثیرگذار بود. به یاد دارم که مسئولیت ارائه‌ی این درس به ما را خود ایشان به عهده داشتند. قرار بود هریک از ما بخشی از یک کتاب ریاضی دبیرستانی را برای دانش‌آموزان فرضی تدریس کنیم. من موضوع هم‌نهشتی را انتخاب کرده بودم و به‌زعم خود بسیار هم ابتکار به خرج داده بودم تا به‌اصطلاح دقیق‌تر و رساتر از کتاب تدریس نمایم. پس از پایان ارائه‌ام آقای دکتر فرمودند "به نظرم دانش‌آموزان هیچ متوجه نشدند! " این تلنگری بود که شرط اولیه برای معلمی این است که بتواند خود را در جایگاه مخاطبش تصور کند.

کوشش درباره انگیزه تغییر رشته خود از فیزیك به ریاضی در گفت و گو با خبرنگار ایرنا اظهار داشت: در آن دوره در کنار درس های رشته فیزیك درس هایی از دانشکده ریاضی می گرفتم که از آن جمله درس جبرخطی بود که آقای دکتر علی رجالی آن را تدریس می کرد.

وی افزود: این درس سرآغازی برای علاقمندی هر چه بیشتر من به ریاضی و تصمیم به فراگیری عمیق تر آن شد و تحت تاثیر تدریس و شخصیت استاد این درس، رشته خود را از فیزیك به ریاضی تغییر دادم.

سوال یک نفر در گروه:

سلام دوستان استاد رجالی برای درس فرایند چطوره نمره دادنشون

جواب بچه ها:

۱.👌سلام. دکتر رجالی تدریس شون عالیه.

۲.سر کلاس فرایند ها با تدریس ایشون واقعا میتونید لذت ببرید. فقط درسش از جنس احتمالات هست و بهتره احتمال تون خوب باشه تا بهتر بتونید برید جلو و باید خیلی خوب تلاش کنید.

در نهایت شاید نمره تون خیلی بالا نشه ولی مطالب مفیدی یاد می گیرید.

۳. اگه معیارت نمره هس کنسل جریان.

۴.من باهاشون فرایند داشتم. •

خیلی خوب درس میده ولی بالاترین نمره کلاسمون ۱۵ شد.

۵.آره من احتمال یک که داشتم باهاشون به جز افراد زیادی که با ۹ افتادن و تعداد قلیلی که با ۱۰ پاس شدن یه ۱۸ هم داشتیم

:)) می‌خواستم همینو بدونم که روندشون تو فرایندم همینه یا نه که متوجه شدم از جواباتون🚶‍♀️💔 مرسی از همگی👌👌

🤣دکتر رجالی خودشم میگه که اصولگراست
😁روند هیچ وقت تغییر نخواهد کرد
فقط یه نمونه از سختگیری اساتید صنعتی رو بهت بگم فقط خودت برو ببین

برو پیش آقای حجار زاده معدلای هشت ترم بچه‌های ریاضی و آمار رو از سال ۹۶تا ورودی خودتون ببین. سیر نزولی عجیبی داره. این دیگ فقط علتش کم کاری دانشجو نیست.

سختگیری هم دیدم. یه نمونه بگم بهت. دکتر رجالی انتظار دارن دانشجویی که هیچ بیسی از زبان نداره و وارد دانشگاه شده آیلتس بالای۶/۵ داشته باشه و بتونه سوال انگلیسی جواب بده متن انگلیسی بخونه و اصلاً به کتاب فارسی نیازی نداشته باشه. نتیجش میشه اینکه هر ترم از ۶۰ نفر فقط ۱۰ نفر پاس میشن درس رو

👌👌 وای اگه رجالی ارایه بده
ترمای بعد بیار دگ میگیم ایشالا ارایه بدن

نیمسال اول ۱۴۰۴-۱۴۰۳

آمار رياضي ۲ اصلي رجالي علي **۳ نفر ثبت نام کردند**

فرايندهاي تصادفي تخصصي رجالي علي **۲ نفر ثبت نام کردند.**

شانس آوردم: دکتر گلی پست گرفت. درس آمار مقدماتی را برای دانشجویان ورودی که مرا نمی شناسند تدریس می کنم!

بخش دوم

استفاده از احتمال در سایر گرایش های ریاضی

موارد ساده توسط رجالی

انتظار تکمیل توسط دکتر امیدی، دکتر لکزیان، دکتر رضائیان ،دکتر هاشمی و سایر دوستان

خواص تابع جرمی و تابع چگالی

اگر یک متغیر تصادفی داشته باشیم که حوزه مقادیرش شمارا باشد و برای آن

p(x) = P(X=x)

باشد، آن گاه

$$\sum_x p(x) = 1$$

ویا در حالت پیوسته وقتی

$$F(x) = P(X \leq x) \quad and\ f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

آن گاه

$$\int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{f(x)dx = 1}$$

با استفاده از این فرمولها ، بسیاری از تساویهای ریاضی به دست می آیند(وقتی تابع جرمی یا چگالی متغیر تصادفی از طریق دیگر بدست می آید.)

4.8.2 The Negative Binomial Random Variable

Suppose that independent trials, each having probability $p, 0 < p < 1$, of being a success are performed until a total of r successes is accumulated. If we let X equal the number of trials required, then

$$P\{X = n\} = \binom{n-1}{r-1} p^r (1-p)^{n-r} \quad n = r, r+1, \ldots \tag{8.2}$$

Equation (8.2) follows because, in order for the rth success to occur at the nth trial, there must be $r - 1$ successes in the first $n - 1$ trials and the nth trial must be a success. The probability of the first event is

$$\binom{n-1}{r-1} p^{r-1} (1-p)^{n-r}$$

and the probability of the second is p; thus, by independence, Equation (8.2) is established. To verify that a total of r successes must eventually be accumulated, either we can prove analytically that

$$\sum_{n=r}^{\infty} P\{X = n\} = \sum_{n=r}^{\infty} \binom{n-1}{r-1} p^r (1-p)^{n-r} = 1 \tag{8.3}$$

Another Combinatorial Identity

Combinatorial Identity: For any $k, n \in \mathbb{N}$, $1 \le k \le n$, one holds:

$$\binom{n}{k} \sum_{j=0}^{k} (-1)^{k-j} \frac{n+1}{n+1-j} \binom{k}{j} = 1. \qquad (*)$$

It looks ~ easy, as it is!

Proof: Use that: Density $f(x), x \in I \iff f \ge 0$ on I and $\int_I f(x)\mathrm{d}x = 1$.

Take a r.v. $X \sim \beta(n-k+1, k+1)$, so its density is

$$f(x) = \frac{x^{n-k}(1-x)^k}{B(n-k+1, k+1)}, \quad x \in (0,1).$$

Now, use Newton's binomial formula for $(1-x)^k$, the fact that $\Gamma(n+1) = n!$, and see that

$$
\begin{aligned}
1 &= \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{B(n-k+1, k+1)} \int_0^1 x^{n-k}(1-x)^k \mathrm{d}x \\
&= \frac{\Gamma(n+2)}{\Gamma(n-k+1)\Gamma(k+1)} \int_0^1 x^{n-k} \sum_{j=0}^{k} \binom{k}{j} (-1)^{k-j} x^{k-j} \mathrm{d}x \\
&= \frac{\Gamma(n+2)}{\Gamma(n-k+1)\Gamma(k+1)} \sum_{j=0}^{k} \binom{k}{j} (-1)^{k-j} \int_0^1 x^{n-j} \mathrm{d}x \\
&= \frac{(n+1)!}{(n-k)!\,k!} \sum_{j=0}^{k} (-1)^{k-j} \binom{k}{j} \frac{1}{n-j+1} = (*).
\end{aligned}
$$

Two Identities more:

First: Here $n,\ k,\ j \in \mathbb{N}$, with $j \le k \le n$ and $s \in \mathbb{N}_0$, Show that

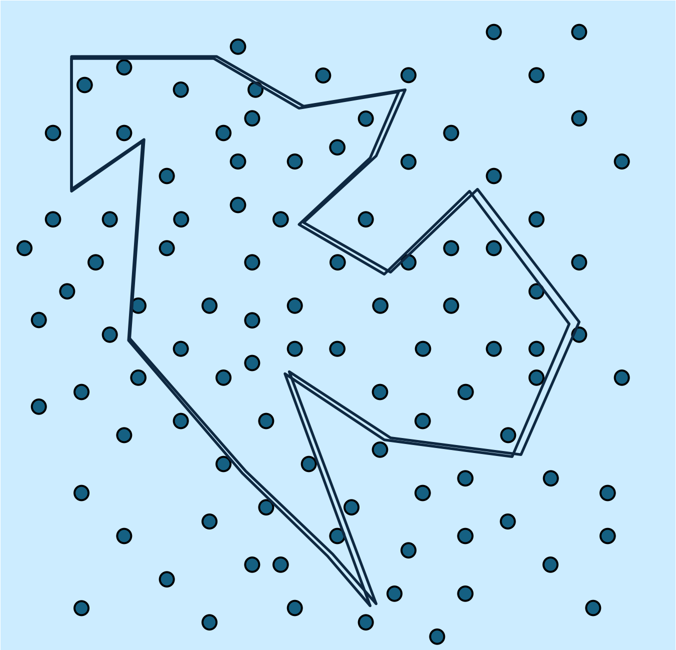
$$\sum_{m=j}^{n-k+j} \binom{m-1}{j-1}\binom{n-m}{k-j} = \binom{n}{k}; \qquad \sum_{m=j}^{n-k+j} \binom{m+s-1}{j+s-1}\binom{n-m}{k-j} = \binom{n+s}{k+s}.$$

Story: IMO 1980, Washington. BG team, 8 full solutions.

Second: For any $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=1}^{n} \binom{2i}{i}\binom{2n-2i}{n-i} = 4^n.$$

Hint: Uses $\mathbf{E}[(X_1^2 + X_2^2)^2]$, $X_1,\ X_2 \sim \mathcal{N}(0,1)$, indep. $(X^2 \sim \chi_1^2)$



$$P(A)= \frac{\text{مساحت } A}{\text{مساحت } B} \approx \frac{\text{تعداد نقاط داخل } A}{\text{تعداد نقاط داخل } S} = \frac{45}{100}$$

$$(\text{مساحت } A) = P(A)\,(\text{مساحت } S) \approx \frac{45}{100}(100) = 45$$

سلام ⟶ ۱۳۱ ⟶ $(۱۰۰۰۰۰۱۱)_{۲}$

↓ ⟵ noise

سلعم ؟ ⟶ ۲۰۰ ⟶ $(۱۱۰۰۱۰۰۰)_{۲}$

۴۰ = م   ۱ = الف   ۳۰ = ل   ۶۰ = س

۷۰ = ع

Missing data

interpolation

8.3 THE CENTRAL LIMIT THEOREM

The central limit theorem is one of the most remarkable results in probability theory. Loosely put, it states that the sum of a large number of independent random variables has a distribution that is approximately normal. Hence, it not only provides a simple method for computing approximate probabilities for sums of independent random variables, but also helps explain the remarkable fact that the empirical frequencies of so many natural populations exhibit bell-shaped (that is, normal) curves.

In its simplest form the central limit theorem is as follows.

Theorem 3.1 The central limit theorem

Let $X_1, X_2, \ldots$ be a sequence of independent and identically distributed random variables, each having mean μ and variance σ^2. Then the distribution of

$$\frac{X_1 + \cdots + X_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}$$

tends to the standard normal as $n \to \infty$. That is, for $-\infty < a < \infty$,

$$P\left\{\frac{X_1 + \cdots + X_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \le a\right\} \to \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{a} e^{-x^2/2}\,dx \quad \text{as} \quad n \to \infty$$

THEOREM 1.1.1 (the Erdős-Kac Theorem). *For any positive integer $n \geqslant 1$, let $\omega(n)$ denote the number of prime divisors of n, counted without multiplicity. Then for any real numbers $a < b$, we have*

$$\lim_{N\to+\infty} \frac{1}{N}\left|\left\{1 \leqslant n \leqslant N \mid a \leqslant \frac{\omega(n) - \log\log N}{\sqrt{\log\log N}} \leqslant b\right\}\right| = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-x^2/2} dx.$$

Taking integers uniformly between 1 and N. Zeta distribution makes it sum of independent random variables.

A stochastic process is a **martingale** if

$$E[X_t+1|\mathcal{F}_t] = X_t.$$

Often we replace $\mathcal{F}_t$ with the σ-algebra generated by $X_0 \ldots X_t$ and write this as $E[X_{t+1}|X_0 \ldots X_t] = X_t$.

The useful property of martingales is that we can verify the martingale property locally, by proving either that $E[X_{t+1}|\mathcal{F}_t] = X_t$ or equivalently that $E[X_{t+1} - X_t|\mathcal{F}_t] = E[X_{t+1}|\mathcal{F}_t] - X_t = 0$

Assume now that each row of the triangular array $\{\xi_{n,i}\}_{i\leq m(n)}$ is a martingale difference sequence, that is, for each row n there is a filtration $\{\mathscr{F}_{n,i}\}_{0\leq i\leq m(n)}$ such that the sequence $\{\xi_{n,i}\}_{i\leq m(n)}$ is adapted to the filtration and

$$E(\xi_{n,i}\,|\,\mathscr{F}_{n,i-1})=0. \tag{8}$$

Write

$$S_{n,k}=\sum_{i=1}^{k}\xi_{n,i} \quad \text{and} \quad V_{n,k}^2=\sum_{i=1}^{k}E(\xi_{n,i}^2\,|\,\mathscr{F}_{n,i-1}). \tag{9}$$

Theorem 3. *(P. Lévy) Assume in addition to* (8) *that the sum of the conditional variances in each row is* 1, *that is,* $V_{n,m(n)}^2=1$, *and assume that the triangular array* $\{\xi_{n,i}\}_{i\leq m(n)}$ *satisfies the* Lindeberg condition, *that is, for every* $\delta>0$,

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{m(n)}E\xi_{n,i}^2\mathbf{1}\{|\xi_{n,i}|\geq\delta\}=0. \tag{10}$$

Then as $n\to\infty$,

$$S_{n,m(n)}\xrightarrow{\mathscr{D}}\text{Normal}(0,1). \tag{11}$$

Remark. There are many variants of this theorem. In one of the more useful of these, The Lindeberg condition is replaced by the hypothesis

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{m(n)}E(\xi_{n,i}^2\mathbf{1}\{|\xi_{n,i}|\geq\delta\}\,|\,\mathscr{F}_{n,i-1})=0 \quad \text{in probability.} \tag{12}$$

See the book by Heyde & Hall for a more detailed discussion. In many applications the rather strong hypothesis that $V_{n,m(n)}=1$ is not satisfied. For this reason, the following variant of Lévy's theorem (which we will not prove) is often cited.

Theorem 4. *(Martingale Central Limit Theorem) Assume in addition to* (8) *that* (12) *holds, and that* $V_{n,m(n)}\xrightarrow{P}1$ *as* $n\to\infty$. *Then*

$$S_{n,m(n)}\xrightarrow{\mathscr{D}}\text{Normal}(0,1). \tag{13}$$

Rejali’s conjecture on Chromatic Number of a Random Graph

Let $G_{n,p}$ be a random graph with n labelled vertices $\{0, 1, 2, \cdots, n-1\}$ such that with probability $0 < p < 1$ there is an edge between any two vertices and independent of all other edges. For $i, j \in \{0, 1, 2, \cdots, n-1\}$, set E_{ij} to be 1 if there is an edge between i and j in $G_{n,p}$ and zero otherwise. Clearly $\mathbb{P}(E_{ij} = 1) = p$.

The chromatic number of the graph $G_{n,p}$ can be written as $\chi(G_{n,p}) := X_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} Y_k$, where $Y_i \in \{0, 1\}$ due to the fact that we need to add a new colour

to the existing colors or not. It means Yi ’s are dependent Bernoulli distributed random variables.

فواید مطالعات گروهی

۱.درزمان دانشجویی و تجربه خواندن درس آنالیز تابعی و توان مرحوم دکتر لشگری زاده در حل مسایل آنالیز تابعی

۲. دردوره دکتری در استانفورد مطالعه کتاب روشهای غربالی هالبرشتین با پروفسور اردیش- پروفسور استین و پروفسور دیاکونس که منجر به کار روی نظریه تحلیلی اعداد شد.

۳. مطالعه کتاب نظریه احتمال چانگ با آقایان دکتر میامئی و دکتر بیژن ظهوری زنگنه که منجر به تغییر گرایش دکتر زنگنه به ریاضیات مالی شد و این گرایش با بازگشت ایشان تقویت شد.

۴. مطالعه مشترک در زمینه گرا فهای تصادفی تحت هدایت آقای دکتر امیدی که من وخانم دکتر محمودی هم در آن شرکت داشتیم ومنجر به حدسیه رجالی در زمینه عدد رنگی گرافهای تصادفی شد.

Probability and Other Branches of Mathematics Jordan Stoyanov (Newcastle/Ljubljana)

e-mail: stoyanovj@gmail.com

Berliner Mathematische Kolloquium

References

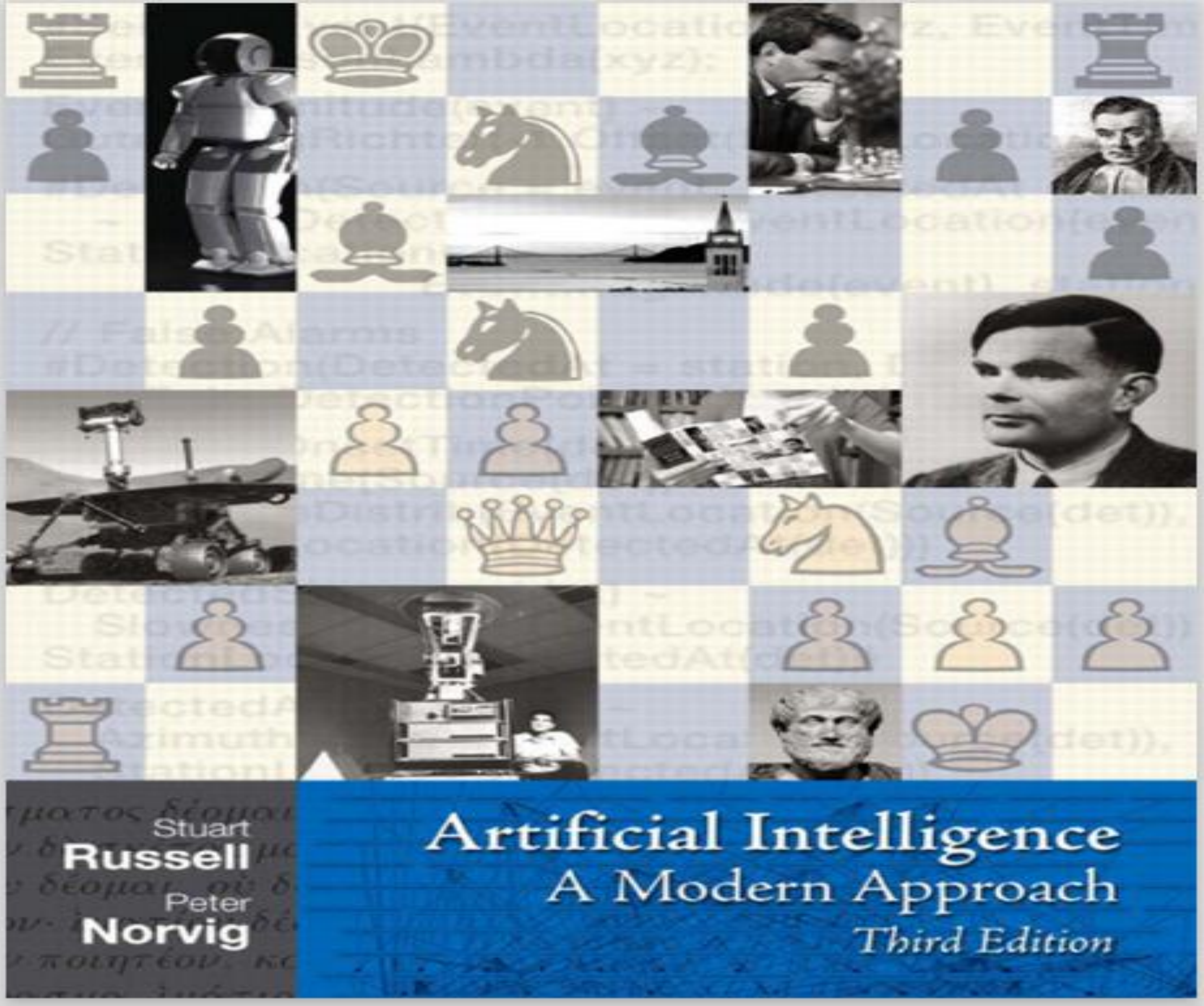
Aigner & Ziegler: Erdos Proofs from THE BOOK
Alon & Spencer: Probabilistic Method
Bass: Probabilistic Techniques in Analysis
Billingsley: Probability and Measure
Bollobas: Random Graphs
Durrett: Brownian Motion and Martingales in Analysis
Feller: An Introduction to the Theory of Probability 2
Freidlin: Markov Processes and Dierential Equations
Sachkov: Probabilistic Methods in Combinatorial Analysis
Shiryaev: Probability
Papers by: M Yor, A DasGupta, J Galambos, J-F Le Gall, M Tamaki

وحرف آخر(دیگر سوادم ته کشید!)

Using information Theory for Data Privacy

موفق باشید

a.rejali@yahoo.com


Stuart
Russell
Peter
Norvig
Artificial Intelligence
A Modern Approach
Third Edition