

دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده علوم ریاضی

آزمون پایان ترم درس نظریه مجموعه‌ها (بهمن ۴۰۴)

نام استاد درس: نام و نام خانوادگی: شماره دانشجویی:
مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

بارم: ۱۰۰ نمره

ترتیب سوالات، برعکس ترتیب تدریس است. می‌توانید آنها را از آخر به اول جواب دهید.

در جدول زیر چیزی ننویسید.

سوال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	جمع
نمره											

سوال ۱. مدلی برای نظریه مجموعه‌ها بسازید که در آن $2^{\aleph_0} = \aleph_2$.

سوال ۲. فرض کنید w یک گردایه نامشمار از مجموعه‌ها باشد. نشان دهید که w شامل یک Δ سیستم است.

سوال ۳ (رازیوا - سیکورسکی). فرض کنید M یک مدل متعددی شمارا و P یک مجموعه مرتب جزئی باشد و $p \in P$. نشان دهید که یک فیلتر P ژنریک در M وجود دارد که شامل p است.

سوال ۴. درک کلی شما از مفهوم فرسینگ در نظریه مجموعه‌ها چیست؟

سوال ۵. نشان دهید که اگر ZF سازگار باشد، آنگاه ZFC سازگار است.

سوال ۶. نشان دهید که اگر ZF بدون اصل انتظام سازگار باشد، ZF با اصل انتظام سازگار است.

سوال ۷. کدام یک از موارد زیر درست است؟ موردی که درست نیست علت نادرستی‌اش چیست؟

$$1. \forall \varphi \quad ZFC \models \exists M \quad M \models \varphi$$

$$2. ZFC \models \forall \varphi \exists M \quad M \models \varphi$$

سوال ۸. منظور از «اصل بازتاب» چیست؟ (همان قضیه بازتاب).

سوال ۹. نشان دهید که

یک کاردینال دست‌نیافتنی وجود دارد $ZFC \not\vdash$

سوال ۱۰. نشان دهید که

اگر ZFC سازگار باشد، (وجود کاردینال دست‌نیافتنی $ZFC \cup$) سازگار است. $ZFC \not\vdash$

سوال ۱۱. در مورد قضیه ناتمامیت دوم گودل، چه چیزی متوجه شده‌اید؟