



تمرین شماره ۲

مهلت تحویل: یکشنبه ۱۸ آبان

تمرین ۱. فرض کنید که ارزش گزاره $(p \rightarrow q)$ برابر با T باشد. ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر برابر با T است:

۱. $((p \rightarrow r) \rightarrow (q \rightarrow r))$.

۲. $((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$.

تمرین ۲. الفبای زبان مرتبه اول خود را دو محمول $E(-, -)$ ، $F(-, -)$ که هر دو دوموضعی‌اند، در نظر بگیرید. $E(x, y)$ را بخوانید: x دشمن y است. و $F(x, y)$ را بخوانید: x دوست y است. حال جمله «دشمن دشمن هر کس، دوست اوست» را در زبان مربوطه بازنویسی کنید. آیا چنین جمله‌ای همواره درست است؟

تمرین ۳. الفبای زبان مرتبه اول خود را محمول‌های دو موضعی

$J(x, y)$: x جوان‌تر از y است

$A(x, y)$: x عموی y است

$D(x, y)$: x دایی y است

در نظر بگیرید. عبارات زیر را در این زبان مرتبه اول بازنویسی کنید:

۱. هرکسی جوان‌ترین عمو دارد.

۲. جوان‌ترین عموی هرکس دایی اوست.

۳. هر کسی که حداقل دو عمو داشته باشد، یک دایی هم دارد.

۴. هر کس عمویی دارد که از تمام دایی‌هایش جوان‌تر است.

۵. هر کس عمویی دارد که اگر آن عمو، دایی داشته باشد، عمو ندارد.

تمرین ۴. درستی عبارات زیر را بررسی کنید:

$$\exists x(p(x) \rightarrow q(x)) \Rightarrow (\exists x p(x) \rightarrow \exists x q(x)).$$

$$(\exists x p(x) \rightarrow \exists x q(x)) \Rightarrow \exists x(p(x) \rightarrow q(x)).$$