

تمرین نوبت دوم نظریه مجموعه‌ها

مهلت تحویل: شنبه ۳ آبان

تمرین ۱. فرض کنید α, β, γ سه اوردینال دلخواه باشند. اگر $\beta < \gamma$ نشان دهید $\alpha + \beta < \alpha + \gamma$ و نشان دهید $\alpha\beta < \alpha\gamma$.

تمرین ۲. در کلاس درس ثابت کردیم اگر $\alpha \neq 0, \gamma$ دو اوردینال دلخواه باشند آنگاه اوردینال هایی مانند $\beta, \rho < \alpha$ وجود دارند به طوری که $\gamma = \alpha\beta + \rho$. نشان دهید اوردینال های β, ρ یکتا هستند.

تمرین ۳. اگر W یک مجموعه خوش‌ترتیب باشد، آنگاه هیچ دنباله‌ای از اعضای W به صورت $a_0 > a_1 > a_2 > \dots$ وجود ندارد. (راهنمایی: از اصل جانشانی کمک بگیرید.)

تمرین ۴. نشان دهید α وجود دارد به طوری که $\aleph_\alpha = \alpha$.