

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده علوم ریاضی
پروژه کارشناسی ریاضی کاربردی

عنوان
نظریه بازی و کاربردها

پژوهشگر
سحر رستمی زاده

استاد راهنما
دکتر مجید گازر

زمستان 1403

فهرست

4	فصل اول
4	مقدمه
4	تعریف نظریه بازی ها
5	نظریه بازی و بهینه سازی
5	محدودیت های نظریه بازی ها
6	فصل دوم
7	بازی استراتژیک
7	وابستگی متقابل استراتژیک
7	نمونه هایی از بازی های استراتژیک
8	تعریف تعادل یا موازنه نش
9	بازی های ایستا (حرکت همزمان)
9	بازی معمای زندانی
10	بازی های مجموع ثابت و مجموع صفر
11	بازی ها حرکت متوالی یا پویا
11	فرم درختی از بازی پویا دو بنگاه
12	بازی های پویای دیفرانسیلی
13	فصل سوم
14	تعادل استراتژی غالب (Dominate Strategy Equilibrium)
14	بازی قانون بازار
15	دسترسی و ورود به بندر
18	نتیجه گیری
18	تعادل نش
18	بازی مدیران آبمیوه فروشی
25	منابع

فصل اول

مقدمه

امروزه بازی های همراه با استراتژی که اغلب به عنوان نظریه بازی نامیده می شوند در تمامی سطوح از زندگی قابل مشاهده است مانند بازی با خانواده، دوستان و حتی اساتید خود. همچنین بازی های مشابهی نیز در تجارت، سیاست، دیپلماسی و جنگ ها انجام می شود. توانایی در شناخت و درک این بازی ها فهم شما از دنیای اطرافتان را افزایش می هد. شما را به مشارکت بهتری در همه امور هدایت می کند. نظریه بازی ها مفاهیم و تکنیک های تجزیه و تحلیل را برای بسیاری از رشته ها ارائه می دهد و شاید بتوان به صراحت بیان کرد که همه رشته ها به جز رشته هایی که با اشیا بی جان سروکار دارند با نظریه بازی در ارتباط هستند.

تعریف نظریه بازی ها

تعاریف مختلفی در ارتباط با نظریه بازی ها توسط اندیشمندان بیان شده است. به عنوان مثال دبرون بیان می کند که نظریه بازی شاخه ای از ریاضیات کاربردی است که برای بررسی رفتار اجتماعی بشر، تقابل استراتژیک و منطق تضاد میان بشر به کار گرفته می شود. کار مایکل بیان می کند که نظریه بازی یک نوع تکنیک مورد استفاده برای تجزیه و تحلیل وضعیت هایی است که در آن پیامدهای ناشی از رفتارهای یک فرد نه تنها به رفتارهای ایجاد شده از خود فرد بلکه به رفتارهای شکل گرفته توسط افراد دیگر نیز وابسته است. راوبین استاین و آزبورن بیان می کنند نظریه بازی جعبه ای از ابزارهای تجزیه و تحلیل است که به ما کمک می کند تا پدیده هایی که از طریق تقابل بین تصمیم گیرندگان مشاهده می کنیم را درک کنیم. با بررسی تعاریف متعددی که برای نظریه بازی بیان شده است در می

یابیم یک اشتراک نظر در بسیاری از این تعاریف وجود دارد آن این است که نظریه بازی ها چیزی جز نظریه تصمیم در شرایط تعاملی نیست و شرایط تصمیم نیز زمانی تعاملی است که تصمیم گیرندگان متعدد با اهداف مخصوص به خود وجود داشته باشند.

این همان مفهومی است که در میان نظریه پردازان نظریه بازی مورد توافق است. نظریه بازی ها با مسئله تصمیم گیری هایی سروکار دارد که در آن بیش از یک فرد یا بازیکن در بازی وجود دارد که به آن مسئله تصمیم گیری چند نفره گویند که سبب متفاوت شدن آن با مسئله تصمیم گیری فردی می شود.

نظریه بازی و بهینه سازی

نظریه بازی ها متفاوت از بهینه سازی است زیرا در بهینه سازی یک بازیکن منفرد وجود دارد که به دنبال حداکثر کردن پیامدهای نهایی اش می باشد یعنی به دنبال ماکزیمم کردن تابع هدف نسبت به برخی قیود است اما در چارچوب تصمیم گیری های تعاملی یا تصمیم گیری چندنفره (نظریه بازی ها) مفهوم تصمیم گیری بهینه نامشخص است و هیچ فردی به طور کامل به دنبال کنترل کردن پیامدهای نهایی نیست بلکه در این فرایند افراد به دنبال مفاهیم راه حل و بررسی خصوصیات این راه حل ها می باشند.

محدودیت های نظریه بازی ها

ممکن است بازیکنان همواره و در همه حال انتخاب عقلانی نداشته باشند.

در زندگی سیاسی و اجتماعی انتخاب های بازیکنان صرفا بر اساس محاسبات سودگرایانه نیست و معمولا پارامترهای دیگری نیز در آن دخالت دارد.

ارزش های بازیکنان ممکن است با یکدیگر متفاوت باشد و از این رو سود و زیان نیز نزد آنان متفاوت خواهد بود.

پیچیدگی های بسیار زیاد زندگی سیاسی و اجتماعی را در بسیاری از موارد به سختی می توان در قالب محاسبات ریاضی بیان نمود.

فصل دوم

بازی استراتژیک

بازی استراتژیک سناریو یا موقعیتی است که در آن دو نفر یا بیشتر انتخاب عملکرد یا رفتارشان به دیگری یا دیگران تاثیر می گذارد.

وابستگی متقابل استراتژیک

به این مفهوم است که تصمیمات افراد یعنی انتخاب هایشان درباره اقداماتشان به یکدیگر تاثیر می گذارد و بنابراین تصمیم آنها به طور متقابل به یکدیگر مرتبط و وابسته است.

بازیکن : شرکت کننده یک بازی استراتژیک می باشد.

استراتژی : برنامه عملکرد یک بازیکن برای بازی می باشد.

نمونه هایی از بازی های استراتژیک

1. رهبران دو کشور که قصد جنگ با یکدیگر دارند، 2. تصمیم یک شرکت برای صعود به بازار جدیدی که در آن این خطر وجود دارد که شرکت های موجود یا فعال سعی کنند با صعود آنها مبارزه کنند. 3. بازی دو راهی زندان که کمی جلوتر به شرح آن خواهیم پرداخت.

چند نمادگذاری و تعریف مرتبط با بازی های استراتژیک:

مجموعه بازیکنان (عوامل) را به صورت زیر نمایش می دهیم:

$$N = [1, \dots, n]$$

A_i = مجموعه استراتژی های هر بازیکن

یک پروفایل استراتژی به صورت زیر می باشد که a_i استراتژی بازیکن i ام می باشد.

$$(a_1 \times a_2 \times \dots \times a_n) \in A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$$

تابع سود بازیکن i ام :

$$U_i = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n \rightarrow IR$$

در واقع تابع سود به هر پروفایل استراتژی یک عدد نسبت می دهد که همان سود بازیکن i ام است.

نکته : تابع زیان $-U_i$

اگر $A = \{A_1, \dots, A_n\}$ و $N = \{1, \dots, n\}$ و $U = \{U_1, \dots, U_n\}$ آنگاه (N, A, U) یک بازی در فرم

نرمال (Normal game) می گوییم.

تعریف تعادل یا موازنه نش

تعادل نش شامل مجموعه ای از استراتژی های یک بازیکن است که بیشترین پیامد را برای او به همراه دارد و بهترین پاسخ را به استراتژی بازیکن دیگر می دهد و در این تعادل بازیکن هیچ انگیزه ای برای تغییر استراتژی در بازی ندارد.

در واقع تعادل نش شامل مجموعه رفتارهای هر بازیکن است که دارای خصوصیتی است که که بر طبق آن خصوصیت هیچ بازیکنی نمی تواند ب طور یکجانب رفتارهای خود را برای به دست آوردن نتایج بهتر تغییر دهد.

مجموعه رفتارهای $(a_1^* \text{ و } a_2^* \text{ و } \dots \text{ و } a_n^*)$ تعادل نش هستند اگر هیچ یک از بازیکنان با انحراف

از آن هیچ منفعتی به دست نیاورد یعنی

$$\forall a_i \in A_i, \forall i \in N, u(a_i^*, a_{-i}^*) \geq u(a_i, a_{-i}^*)$$

بازی های ایستا (حرکت همزمان)

بازی هایی که در آنها بازیکنان هم زمان حرکت می کنند یا حرکت های آنها پنهان است بازی های

ایستا خوانده می شود. در این نوع بازی ها بازیکنان صرف نظر از آنچه اتفاق می افتد حرکاتشان را

هیچ یک از بازیکنان دیگر نمی بینند.

بازی معمای زندانی

مثالی ساده در ارتباط با بازی های ایستا در فرم نرمال می باشد که توسط فلود دواشر از شرکت

راند در سال 1950 توسعه داده شد.

دو جنایتکار تحت سوظن برای ارتکاب به جرمی دستگیر می شوند ، حداکثر حکم زندانی شدن

آنان 4 سال است. این دو زندانی در اتاق های جداگانه مورد سوال قرار می گیرند. هر زندانی می

تواند جرم خود را اقرار نماید و یا می تواند جرم خود را انکار کند. اگر هر دو انکار کنند به مدت یک

سال زندانی می شوند زیرا قاضی در مجرم بودن آنان تردید دارد. اگر هر دو اقرار کنند قاضی هیچ

تردیدی در مجرم بودن آنان ندارد و هر کدام 3 سال زندانی می شوند. همچنین اگر یکی اقرار و

دیگری انکار کند بازیکنی که اقرار کرده قاضی از جرم او چشم پوشی می کند و به او حکم تعلیق

می دهد و بازیکنی که انکار کرده است به 4 سال زندانی محکوم می شود.

		بازیکن B	
		اقرار	انکار
بازیکن A	اقرار	(3, 3)	(0, 4)
	انکار	(4, 0)	(1, 1)

چون بازی غیر مشارکتی است تعادل نش و بهترین انتخاب خانه (3 و 3) است یعنی هر دو با پلیس همکاری می کنند.

به طور کلی اگر ساختار پیامد بازیکنان در هر بازی همانند ماتریس زیر باشد به بازی معمای زندان معروف است.

		بازیکن B	
		استراتژی A	استراتژی B
بازیکن A	استراتژی A	(α, α)	(σ, ϑ)
	استراتژی B	(γ, δ)	(β, β)

بازی های مجموع ثابت و مجموع صفر

بازی هایی که در آنها مجموع بازدهی های بازیکنان ثابت است. اگر مجموع ثابت صفر باشد بازی یک بازی مجموع صفر است. بازی های مجموع ثابت بازی های دارای تعارض خالص اند یک بازیکن می برد و دیگری شکست می خورد.

بازی سنگ کاغذ قیچی مثالی ساده از یک بازی مجموع صفر است.

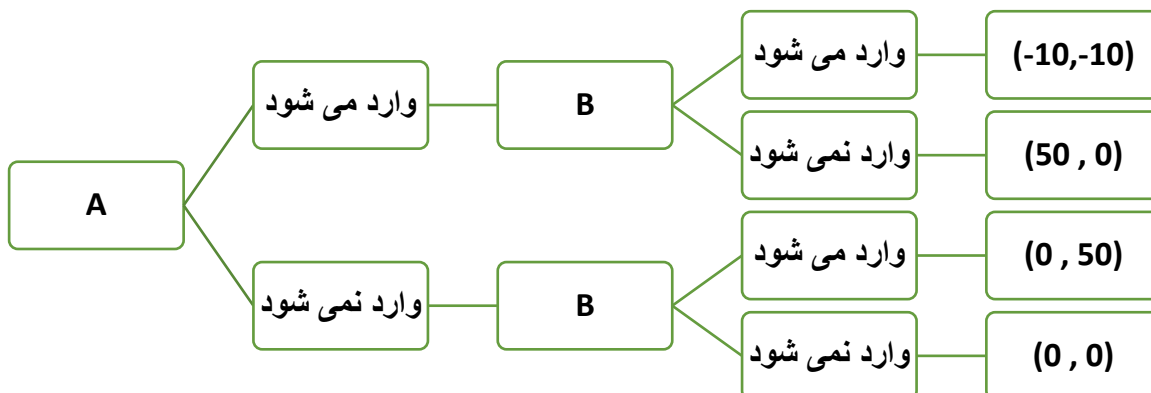
	سنگ	کاغذ	قیچی
سنگ	0	-1	+1
کاغذ	+1	0	-1
قیچی	-1	+1	0

بازی‌ها حرکت متوالی یا پویا

در بازی‌های حرکت متوالی (پویا) حرکت‌های بازیکنان به طور متوالی و پی‌در پی انجام می‌شود به این معنی که ابتدا یک بازیکن حرکت را انجام می‌دهد و دیگر بازیکن با دیدن حرکت بازیکن اول می‌تواند به آن واکنش نشان دهد.

مثال: دو بنگاه A و B را در نظر بگیرید که می‌خواهند در مورد ورود یا عدم ورود به یک بازار تصمیم بگیرند ولی بازار مربوط تنها گنجایش یکی از آنها را دارد اگر هر دو بنگاه وارد بازار شوند هر دو بنگاه 10 میلیون دلار ضرر خواهند کرد. اگر یکی وارد شود و دیگری وارد نشود آنگاه آن بنگاهی که وارد شده است 50 میلیون دلار نفع می‌برد و بنگاه دیگر نه نفع دارد و نه ضرر. همچنین اگر هیچ کدام از بنگاه‌ها وارد نشوند نفع هر بنگاه منفی است.

فرم درختی از بازی پویا دو بنگاه



تجزیه و تحلیل بازی های پویا با استفاده از ماتریس های بازدهی همیشه آسان نیست و معمولا با استفاده از فرم گسترده ای انجام می شود.

بازی های پویای دیفرانسیلی

نظریه بازی های دیفرانسیل شاخه ای از علوم کاربردی است و به عنوان ابزاری برای مدلسازی تضادها توسعه داده شده است. در زندگی واقعی انواع مختلفی از وضعیت های متضاد وجود دارد. فرآیندهای اقتصادی، رابطه کارگر کارفرما و حتی مساله تعادل محیط ریست همه این موارد با تمایلات متضاد تحت تاثیر قرار می گیرند. همانطور که لوین بیان می کند کاربردهای نظامی شاید قوی ترین محرک برای توسعه این نوع از بازی ها بوده است.

پیش از بررسی نظریه بازی های دیفرانسیلی به این سوال می پردازیم که نظریه بازی های دیفرانسیلی در چه نوع بازی ها کاربرد وسیعی دارد.

می دانیم تمایز بازی همکارانه و غیرهمکارانه در این است که بازی های غیرهمکارانه شامل وضعیت استراتژیکی است که در آن تصمیم گیرندگان و بازیکنان نتوانند توافقات الزام آوری را برای همکاری در طی بازی انجام دهند و در این نوع از بازی بازیکنان به طور مستقل برای به دست آوردن بهترین منافع خود در مقابل رقیب رفتار میکنند. یک مساله بنیادی برای هر بازیکن در بازی های غیرهمکارانه مساله نااطمینان استراتژیک است. وقتی بازیکن عملی را انجام می دهد، دقیقا نمیداند که بازیکن قرار است دیگر چه عملی انجام دهد ولی در بازی های همکارانه بازیکنان می توانند توافقات الزام آورند و مذاکرات پیش از بازی انجام دهند.

طبق بررسی دوکند و همکارانش بسیاری از مطالعات که در ارتباط با نظریه بازی های دیفرانسیلی انجام می شود در چارچوب بازی های غیرهمکارانه می باشد.

نظریه بازی های دیفرانسیلی یک نوع از بازی های پویای غیرهمکارانه است و این نوع بازی ها ارتباط نزدیکی با نظریه کنترل بهینه دارند. در بازی های دیفرانسیلی انواع راه حل ها مانند مینی ماکس، نش، بهینه پارتو و ... وجود دارد. بازی های دیفرانسیلی ریشه در نظریه کنترل بهینه دارد و نظریه کنترل بهینه نیز ریشه در حساب تغییرات دارد.

فصل سوم

در این فصل به تحلیل بازی هایی خواهیم پرداخت که در آن بازی بازیکنان استراتژی های خود را انتخاب می کنند و هم زمان حرکت می کنند و یا حرکتشان از دیگر بازیکنان پنهان می باشد. این نوع بازی ها به بازی های حرکت هم زمان یا حرکت پنهان معروف هستند.

در بازی های حرکت پنهانی انتخاب بازیکن نمی تواند بر اقدامات بازیکن دیگر بستگی داشته باشد بنابراین بازیکنان باید در طی بازی از دید خودشان و از دید بازیکنان دیگر استدلال و تفکر کنند تا یک انتخاب معقول داشته باشند.

تعادل استراتژی غالب (Dominate Strategy Equilibrium)

در تعادل استراتژی غالب هر بازیکن در بازی، استراتژی غالب خود را انتخاب می کند. استراتژی غالب، استراتژی است که بهترین واکنش نسبت به تمام انتخاب های استراتژی ممکن تمام بازیکنان دیگر می باشد. اگر همه بازیکنان یک استراتژی غالب داشته باشند بازی فقط یک تعادل استراتژی غالب خواهد داشت.

بازی قانون بازار

در این بازی دولت های E . کشور همسایه A و B در نظر دارند قانون جدید بازار کار را وضع کنند مانند قانون حداقل دستمزدها.

پیش بینی کرده اند که وضع این قانون جدید برنده نهایی آرا برای دولت می باشد. از طرف دیگر انتظار می رود که برخی از آرا از بین بروند و مخالف هایی برای دفع این قوانین وجود داشته باشد زیرا شرکت ها به خاطر بالا بودن هزینه های نیروی کار مربوط به اجرای این قانون کارگران را تهدید به اخراج می

کنند. بازدهی های موجود در ماتریس زیر سودهای پیش بینی شده به صورت میلیون ها رای می باشند.

		کشور B	
		قانون گذاری	عدم قانون گذاری
کشور A	قانون گذاری	(5 , 5)	(1 , 0)
	عدم قانون گذاری	(0 , 1)	(0 , 0)

در این بازی قانون گذاری استراتژی غالب هر دو دولت وضع قانون است. اگر A این قانون گذاری را وضع کند و B این کار را نکند آنگاه شمار آرا به دست آمده توسط دولت A تنها 1 میلیون رای است. اما اگر B نیز این قانون را وضع کند، دولت A، 5 میلیون رای کسب می کند. با این وجود اگر دولت A این قانون را وضع نکند آرا آن اصلا افزایش نمی یابد با انجام ندادن هیچ کاری هیچ چیزی به دست نمی آید بنابراین قانون گذاری برای A یک استراتژی غالب است. به طور مشابه برای B نیز به همین گونه است. پس تعادل استراتژی غالب این بازی (قانون گذاری و قانون گذاری) است.

دسترسی و ورود به بندر

این بازی مجموعه تقابل های سال 1985 بین ایالات متحده و نیوزلند در رابطه با اعمال پیمان آنزوس (استرالیا، نیوزلند، ایالات متحده) را نشان می دهد. در این بازی ایالات متحده برای ناوگان دریایی خود در کشور دیگر یعنی نیوزلند نیاز به دسترسی و ورود به بندر دارد. با این وجود نیوزلند خودش را یک

ناحیه غیرهسته ای اعلام کرده است و ممکن است به ایالات متحده اجازه ورود ندهد مگر اینکه ایالات متحده تضمین کند که هیچ سلاح هسته ای با خود حمل نخواهد کرد. از طرف دیگر نیوزلند می تواند به سادگی به کشورهای آمریکایی اجازه ورود دهد. به دلایل امنیتی آمریکا قادر به ارائه هیچ گونه تضمینی در مورد کشتی های خود نیست. ایالات متحده در واکنش به موضوع غیر هسته ای بودن نیوزلند صرفا می تواند به رفتن به بندرگاه در جایی دیگر تن دهد یا با باطل و بی اعتبار اعلام کردن پیمان بین دو کشور تلافی کند. انتظار می رود که گزینه دوم برای هر دو کشور پرهزینه تر است و چه بسا برای آمریکا بیشتر.

حال به بررسی شکل استراتژیک برای بازی یاد شده می پردازیم.

نکته : آنجا که تنها رده بندی بازدهی بازیکنان مهم است و درک معادله های عددی معنا دارد برای مطلوبیت های دو دولت دشوار است، بازدهی ها به صورت حروف مشخص شده اند. بازدهی های آمریکا به صورت A, B, C, D هستند که در آن $A > B > C > D$ می باشد. بازدهی های نیوزلند a, b, c, d هستند که در آن $a > b > c > d$ می باشد.

		نیوزلند	
		اجازه ورود	خودداری از ورود
آمریکا	حفظ پیمان	A,b	C,a
	ابطال پیمان	B,d	D,c

بالاترین بازدهی نیوزلند یعنی a زمانی به دست می آید که نیوزلند با خودداری از اجازه ورود به ناوگان آمریکایی اعتماد رای دهندگانش را حفظ می کند اما آمریکا پیمان را حفظ میکند بدترین نتیجه ممکن برای نیوزلند که به بازدهی d می انجامد در صورتی به دست می آید که نیوزلند به ناوگان آمریکا اجازه

ورود دهد و منجر شود که اعتماد رای دهندگانش را از دست دهد اما وجود این آمریکا را نیز بی اعتبار اعلام کند. برای دولت نیوزلند بهتر این است که صرف نظر از اینکه ایالات متحده چه کاری انجام می دهد از ورود ناوگان آمریکا ممانعت کند زیرا $a > b$ و $c > d$ می باشد. در نتیجه امتناع از ورود برای نیوزلند یک استراتژی غالب است. بالاترین بازدهی آمریکا یعنی A زمانی به دست می آید که نیوزلند اجازه ورود دهد و آمریکا پیمان را حفظ کند. بدترین نتیجه برای آمریکا (D) در صورتی حاصل می شود که نیوزلند از ورود ممانعت کند و آمریکا با باطل اعلام کردن پیمان تلافی کند. این پیمان برای آمریکا مهم است و بنابراین همیشه بهتر است صرف نظر از اینکه نیوزلند چه کاری انجام می دهد پیمان را حفظ کند از آنجا که $A > B$ و $C > D$ است، حفظ پیمان برای ایالات متحده یک استراتژی غالب است. به بیان دقیق تر آن یک استراتژی اکیدا (قوی) غالب است. اگر یکی از این دو نابرابری ها برابری بودند (مثلا $A=B$ و $C > D$) آنگاه حفظ پیمان برای آمریکا صرفا یک استراتژی ضعیف غالب بود.

اگر هر دو بازیکن استراتژی های غالب خود را انتخاب کنند انگیزه ای برای منحرف شدن از استراتژی ها نخواهند داشت بنابراین تعادل استراتژی غالب این بازی (حفظ پیمان، امتناع از ورود) می باشد.

وقتی نسخه واقعی این بازی انجام شد، نیوزلند از ورود آمریکا خودداری کرد اما آمریکا با کناره گیری از روابط نظامی با نیوزلند تلافی کرد. بنابراین چرا تعادل استراتژی غالب بازی نشد؟

با این فرض که دولت های آمریکا و نیوزلند منطقی عمل کردند، پاسخ سوال این است که بازی دسترسی به بندر تمام جنبه های چشمگیر و قابل توجه بازی که واقعا بازی می شد را در بر نمی گیرد این یک نقد معتبر می باشد. اول اینکه در نسخه واقعی این بازی بازیکنان همزمان حرکت نمی کنند (اول نیوزلند حرکت کرد) در بسیاری از بازی های استراتژیک ترکیب حرکات مهم است در واقع وقتی حرکات متوالی در بازی وجود داشته باشد تعادل یک بازی می تواند تغییر کند. دوم بازدهی های آمریکا در نظر نمی گیرد که چطور ممکن است روابط نظامی با سایر کشورها به خاطر سکوت یا مصالحه آسیب

ببیند. انجام چنین کاری می تواند بازدهی های دو کشور را به طور قابل توجهی تغییر دهد حتی تا حدی که حفظ پیمان دیگر برای آمریکا یک استراتژی غالب نباشد. در نهایت حالتی از بازی دسترسی به بندر که در اینجا تحلیل کردیم ممکن است فقط یک مرحله از بازی تکرار شونده ای باشد که توسط آمریکا با متحدانش بازی می شود.

نتیجه گیری

هنگام ساخت مدل های نظری بازی این مسئله از اهمیت قابل توجهی برخوردار است که سعی کنیم تا حد امکان بسیاری از جنبه ها و ویژگی های برجسته و چشمگیر نسخه واقعی بازی را در نظر بگیریم.

تعادل نش

در تعادل نش بازیکنان در بازی استراتژی هایی را انتخاب می کنند که بهترین واکنش نسبت به یکدیگر هستند. با وجود این استراتژی تعادل نش بازیکنان لزوماً بهترین واکنش به هر استراتژی دیگر بازیکنان دیگر نیست. یعنی اگر همه بازیکنان یک بازی استراتژی های نش خود را بازی کنند هیچ یک از بازیکنان تمایلی برای انجام هیچ کار دیگری ندارند. هر استراتژی غالب باید یک تعادل نش باشد اما هر تعادل نشی یک استراتژی غالب نیست.

بازی مدیران آبمیوه فروشی

در این بازی بازیکنان دو مدیر آبمیوه فروشی مختلف در یک دهکده هستند. هر دو مدیر همزمان در نظر دارند که با کاهش قیمت آبمیوه مرغوب خود پیشنهاد تخفیف ویژه به مشتریان خود ارائه دهند. هر

یک از آنها انتخاب می کنند که این پیشنهاد تخفیف خاص را ارائه بدهند یا خیر. اگر یکی از آنها تخفیف بگذارد و دیگری این کار را نکند مدیری که تخفیف گذاشته است برخی از مشتریان آبمیوه فروشی دیگر و مشتریان گذری بسیاری به دست می آورد. اما اگر هر دوی آن ها تخفیف بگذارند مشتریان هم دیگر را نمی گیرند بلکه هر دو از مشتریان گذری سود می برند. هرگونه افزایشی در مشتریان موجب درآمد بیشتر برای آبمیوه فروش می شود. اگر هیچ یک از آنها تخفیف نگذارند درآمد مدیر الف 7 ریال در هفته و درآمد مدیر ب 8 ریال می باشد. حال به تحلیل بازی از روی ماتریس بازدهی برای بازی مدیران آبمیوه فروشی می پردازیم.

		پیشنهاد تخفیف	عدم پیشنهاد تخفیف
مدیر الف	پیشنهاد تخفیف	10,14	18,6
	عدم پیشنهاد تخفیف	4,20	7,8

همانطور که ملاحظه می شود تعادل استراتژی غالب این بازی (پیشنهاد تخفیف و پیشنهاد تخفیف)

است. طبق تعریف تعادل نش این بازی (14 و 10) می باشد.

و همانطور که ملاحظه می شود تعادل غالب و نش باهم برابرند.

اکنون قصد داریم حکایتی از گلستان را با استفاده از مفاهیم نظریه بازی ها به صورت بندی بررسی کنیم.

باب چهارم، در فواید خاموشی، حکایت شماره 5:

جالینوس ابلهی را دید دست در گریبان عالمی زده و بی حرمتی هم می کرد، گفت: اگر این دانا بودی کار او با نادان بدین جایگاه نرسیدی.

دو عاقل را نباشد کین و پیکار	نه دانایی ستیزد با سبکسار
اگر نادان به وحشت سخت گوید	خردمندش بنرمی دل بجوید
دو صاحب‌دل نگه دارند مویی	همیدون سرکشی و آزم جویی
وگر بر هر دو جانب جاهلانند	اگر زنجیر باشد بگسلانند
یکی را زشت خوئی داد دشنام	تحمل کرد و گفت: ای خوب فرجام
بتر زآنم که خواهی گفتن آنی	که دانم عیب من چون من ندانی

این حکایت را می‌تواند قالب یک بازی دونفره بیان کرد. با دو بازیکن که هر بازیکن می‌تواند عاقل یا نادان باشد و در هر حالت، دو راهبرد کین و پیکار (جنگ) و دلجویی (صلح) در دسترس آنها است و می‌توانند یکی را برگزینند. اما بنابر آنچه حکایت بیان میکند حالت ممکن برای این بازی وجود دارد. در حالت اول

دو عاقل را نباشد کین و پیکار	نه دانایی ستیزد با سبکسار
دو صاحب‌دل نگه دارند مویی	همیدون سرکشی و آزم جویی
هر دو بازیکن عاقل اند (بیت سوم شعر نیز به همین حالت مربوط می‌شود) در حالت دوم	
اگر نادان به وحشت سخت گوید	خردمندش بنرمی دل بجوید
بازیکن 1 عاقل (خردمند) و بازیکن دوم نادان است.	
در حالت سوم	

وگر بر هر دو جانب جاهلانند	اگر زنجیر باشد بگسلانند
----------------------------	-------------------------

هر دو بازیکن نادانند.

به این ترتیب مجموعه نمایه راهبردها (استراتژی‌ها) این دو بازیکن به صورت زیر است

$$S = \{(\text{جنگ و جنگ}), (\text{جنگ و صلح}), (\text{صلح و جنگ}), (\text{صلح و صلح})\}$$

توجه داریم که نمایه راهبردها (صلح و جنگ) نشان دهنده این است که انتخاب بازیکن 1 صلح و انتخاب بازیکن 2 جنگ است.

فرض کنیم π_1 و π_2 به ترتیب تابع پیامد بازیکنان 1 و 2 باشند. تابع سود نمایه راهبردهای مجموعه S در جدول بازی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم.

$$S = \{(\text{جنگ و جنگ}), (\text{جنگ و صلح}), (\text{صلح و جنگ}), (\text{صلح و صلح})\}$$

$$\pi_1(\text{صلح و صلح}) = \alpha_1$$

$$\pi_1(\text{صلح و جنگ}) = \alpha_2$$

$$\pi_1(\text{جنگ و صلح}) = \alpha_3$$

$$\pi_1(\text{جنگ و جنگ}) = \alpha_4$$

$$\pi_2(\text{صلح و صلح}) = \beta_1$$

$$\pi_2(\text{صلح و جنگ}) = \beta_2$$

$$\pi_2(\text{جنگ و صلح}) = \beta_3$$

$$\pi_2(\text{جنگ و جنگ}) = \beta_4$$

بررسی حالت اول

در این حالت باتوجه به اینکه هر دو بازیکن عاقل (به این معنی که ترجیح آنها جنگ نیست) فرض شده اند، پس مطلوبیت بازی صلح برای هر یک از آنان باید بیشتر از جنگ باشد.
پس روابط زیر نتیجه می شود.

$$\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_4$$

$$\beta_1 > \beta_2 > \beta_3 > \beta_4$$

به این ترتیب می توان جدول بازی را به صورت شکل 1 در نظر گرفت (در اینجا انتخاب اعداد، دلخواه است و فقط لازم است در روابط ترتیبی فوق صدق کند).

همان طور که می بینیم اگر با روش حذف راهبرد مغلوب پیش برویم، نمایه راهبرد (صلح و صلح)، انتخاب نهایی خواهد بود. به عبارت دیگر آنچه در حکایت توصیه شده است همان تعادل نش است به این صورت که (دو عاقل را نباشد کین و پیکار) یا (دو صاحبدل نگه دارند مویی).

		بازیکن ۲	
		صلح	جنگ
بازیکن ۱	صلح	۲ ۲	۱ ۰
	جنگ	۰ ۱	۰ ۰

شکل ۱. نمایش بازی مربوط به حکایت اول (حالت اول)

بررسی حالت دوم

در حالت دوم بازیکن 1 عاقل و بازیکن 2 نادان است. لذا ترجیح بازیکن 1 صلح و ترجیح بازیکن 2 جنگ است. از این رو روابط بین پیامدها به صورت زیر خواهد بود.

$$\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_4$$

$$\beta_1 \geq \beta_2 \geq \beta_3 \geq \beta_4$$

بنابراین می توانیم جدول بازی را به صورت شکل 2 در نظر بگیریم. همانطور که می بینیم تعادل نش

		بازیکن ۲	
		صلح	جنگ
صلح		۲ ۱	۱ ۰
بازیکن ۱			
جنگ		۰ ۱	۱ ۲

برای این بازی نمایه راهبرد (جنگ و صلح) است :

خردمندش بنرمی دل بجوید

اگر نادان به وحشت سخت گوید

تحمل کرد و گفت: ای خوب فرجام

یکی را زشت خوبی داد دشنام

بررسی حالت سوم

حالت سوم، کاملا شبیه به حالت اول است با این تفاوت که بازیکنان جنگ را ترجیح می دهند. به

عبارت دیگر

$$\alpha_4 > \alpha_3 > \alpha_2 > \alpha_1$$

$$\beta_4 \geq \beta_3 \geq \beta_2 \geq \beta_1$$

و جدول این بازی به شکل 3 در می آید.

		بازیکن ۲	
		صلح	جنگ
بازیکن ۱	صلح	۰ ۰	۰ ۱
	جنگ	۱ ۰	۲ ۲

روشن است که در این بازی تعادل نش در نمایه راهبرد (جنگ و جنگ) رخ می دهد، یعنی

وگر بر هر دو جانب جاهلانند اگر زنجیر باشد بگسلانند

منابع

1) کتاب نظریه بازی های مقدماتی کاربرد در اقتصاد و سایر رشته ها، مولف داود محمودی نیا، دانشگاه

ولی عصر (عج) رفسنجان

2) فرهنگ و اندیشه ربانی، سه حکایت از گلستان سعدی از منظر نظریه بازی ها، احمد احمدی، مریم

اسماعیلی، جواد فتحی